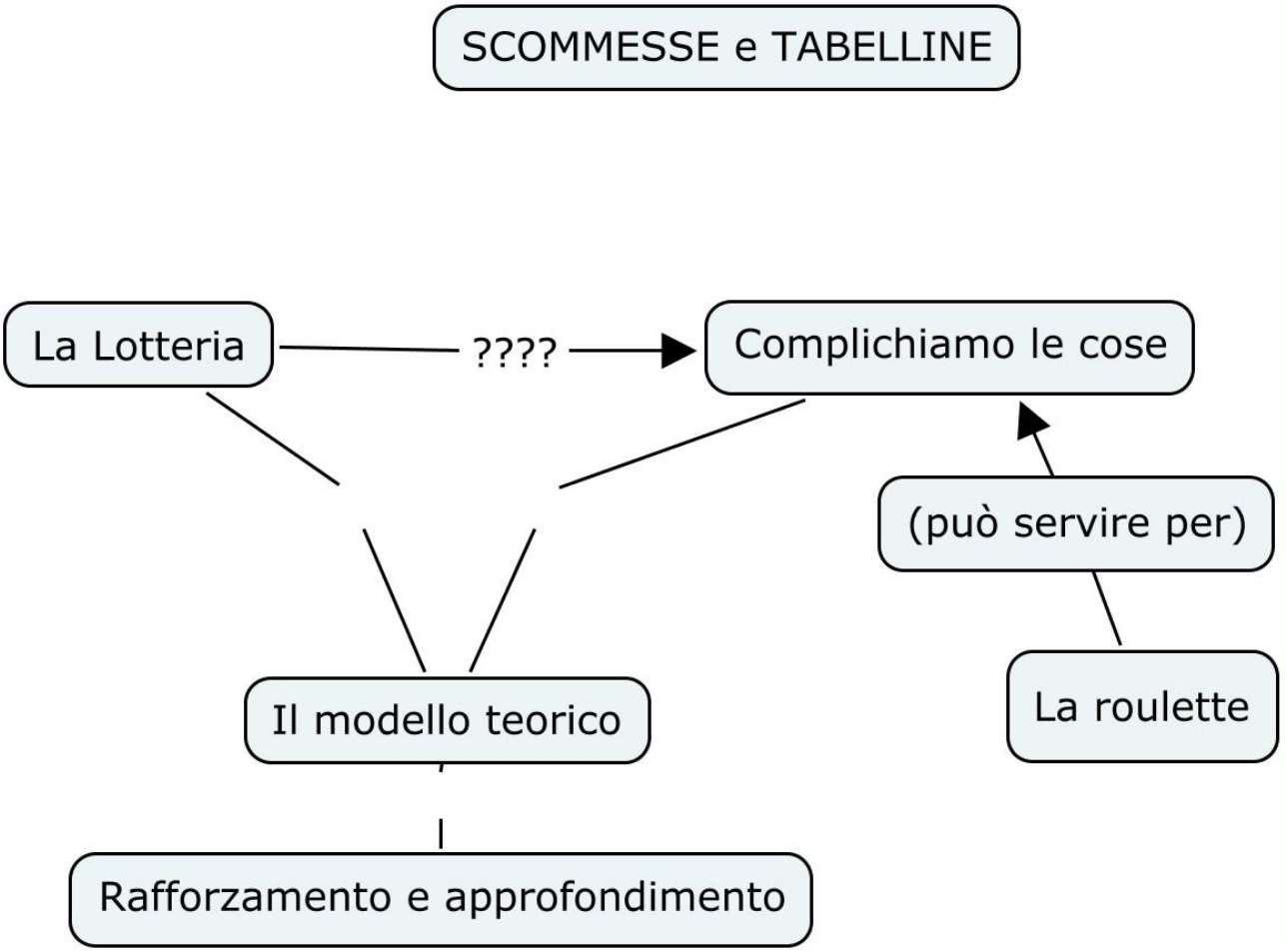
Scommesse e Tabelline

Brunetto Piochi e Antonio Moro

Nucleo: Dati e previsioni (Numeri. Spazio e Figure)

Tematica: Introduzione alla probabilità. (Riflessioni sulla tavola di moltiplicazione dei numeri. Costruzioni geometriche)



FONDI STRUTTURALI EUROPEI PON 2007-2013 COMPETENZE PER LO SVILUPPO (FSE) A-2-FSE-2009-2
Agenzia Nazionale per lo Sviluppo dell'Autonomia Scolastica ex Indire
INVALSI

Finalità e obiettivi di apprendimento:

Obiettivi in relazione alle Indicazioni 2007

Rappresentare insiemi di dati, anche facendo uso di un foglio elettronico. In situazioni significative, confrontare dati al fine di prendere decisioni, utilizzando le distribuzioni delle frequenze e delle frequenze relative.

In semplici situazioni aleatorie, individuare gli eventi elementari, discutere i modi per assegnare a essi una probabilità, calcolare la probabilità di qualche evento, decomponendolo in eventi elementari disgiunti.

Indicazioni per l'insegnante

Molti autori segnalano l'opportunità di introdurre in tempi piuttosto anticipati concetti statistici e probabilistici, attraverso attività che guidino gli alunni verso possibili scoperte e approfondimenti in entrambe le direzioni.
Dal punto di vista didattico si possono prevedere tre casi.
1) il caso in cui si conosce il modello classico della probabilità (per es. lancio di un dado), e si organizzano prove ripetute per calcolare la frequenza relativa dell'evento (es: provare 50 lanci del dado e calcolare la frequenza relativa della faccia 3 o della faccia 6). Questo esperimento può essere fatto in classe da tutti gli allievi confrontando i risultati individuali o meglio ancora sommandoli per simulare un unico esperimento con molti più casi considerati. Dalla discussione dei risultati può emergere la variabilità delle frequenze relative, ma anche la convergenza dei valori alla probabilità suggerita dal modello teorico.
2) il caso in cui si parte organizzando un analogo esperimento di prove ripetute senza conoscere prima il modello basato sulla definizione classica (es. con due o più dadi lanciati in contemporanea: è in realtà un caso classico della storia della Probabilità: la lettera dei gentiluomini fiorentini a Galileo Galilei[1]) Si può procedere a rappresentare con un grafico la distribuzione delle frequenze emerse dall'esperimento e quindi si passa a cercare una spiegazione (un modello) di quella distribuzione in modo da potersi riferire alla definizione classica.
3) se i ragazzi avranno affrontato e assimilato con le esperienze precedenti la relazione che intercorre tra il concetto di frequenza relativa e quello di probabilità, si potrà passare ad analizzare situazioni in cui non si può applicare la definizione classica di probabilità perché si tratta di eventi non riferibili a una base di eventi elementari o equiprobabili (il caso più comune quando ci si riferisca a eventi della vita comune, a partire da dati anagrafici). In queste condizioni si può prendere come probabilità il valore verso cui le frequenze relative convergono. Per esempio si organizza un'indagine sperimentale all'interno della scuola sulla probabilità di essere nati in un certo mese. Rilevando la frequenza relativa di questo evento in tutte le singole classi e confrontando i risultati, si potrà arrivare a ipotizzare la legge dei grandi numeri, stabilendo il collegamento fondamentale tra il calcolo della probabilità e la statistica.
La nostra proposta intende ripercorrere i primi due passi.

[1] Alcuni gentiluomini fiorentini, appassionati del gioco con tre dadi, chiedono a Galileo (attorno al 1630): "La lunga osservazione ha fatto da i giocatori stimarsi più vantaggioso 'l 10 e 'l 11 che 'l 9 e 'l 12 […] ancor che 'l 9 e 'l 12 in altrettante maniere si componghino in quante 'l 10 e 'l 11; perche? " […] Galileo si occupò dei problema, e spiegò ai curiosi gentiluomini fiorentini come mai sia più "vantaggioso" il 10 del 9 nel lancio di tre dadi. [costruendo un modello mediante] il calcolo dei casi favorevoli a un avvenimento, o "evento" (l'evento, nel caso concreto, è un tiro di 3 dadi che dà come risultato 10, oppure...), rispetto a tutti gli eventi possibili (che, nel caso esaminato or ora, sono $216 = 6^3$ numero totale del diversi tiri con 3 dadi). [Tratto da *L.Lombardo Radice e L. Mancini Proia, Il metodo matematico nel mondo moderno, ed. Principato, Milano 1988, p.189]*

Nello svolgimento dell'attività proposta possono presentarsi alcuni punti di crisi.
Alcuni alunni potrebbero trovare noioso e ripetitivo il compito di eseguire le prove e riportare i risultati: l'insegnante fisserà insieme ai ragazzi il numero minimo di prove che la classe dovrà eseguire, da cui scaturirà una ragionevole media per ogni alunno o coppia di alunni. In realtà la noia sarà ben presto superata dalla curiosità di confrontare i propri risultati con quelli altrui e, soprattutto, di conoscere l'andamento complessivo.
Le discussioni sono un aspetto cruciale del metodo laboratoriale. Esse chiamano in causa anche il ruolo dell'insegnante che non dovrà fornire le soluzioni o enunciare precocemente la soluzione o definizione a cui tende. L'insegnante svolgerà il ruolo di moderatore e regista, ponendo domande, sollecitando interventi, valorizzando le proposte (specie se di alunni "deboli") che possono far avanzare nella direzione voluta. A questo fine stimolerà gli alunni a spiegare meglio o ad avanzare obiezioni ai compagni,… Solo alla fine, si procederà a sistematizzare i concetti emersi mediante definizioni, proprietà, risultati noti a tutti e da tutti condivisi.
La realizzazione delle tabelle e, ancor di più, dei diagrammi potrebbe risultare difficile per alcuni alunni. Si potrà organizzare il lavoro in modo che alunni di livello diverso collaborino, dividendosi i compiti (ad esempio uno detterà i dati e controllerà che l'altro inserisca correttamente; l'altro curerà la realizzazione grafica, oppure darà istruzioni in caso di utilizzo di eventuali software). Disponendo della LIM, una coppia potrà realizzare il prototipo che poi tutti copieranno o incolleranno sul quaderno.

Poiché i concetti coinvolti non sono affatto semplici, si suggerisce di far tenere ai singoli alunni un "diario di bordo" (o almeno di relazionare con sufficiente frequenza in forma preferibilmente scritta) in modo che l'insegnante possa verificare come si evolve l'apprendimento di ciascuno.

In alcuni punti della proposta si fa riferimento alle percentuali e ai rapporti. A nostro avviso, il richiamo alle frazioni e alla loro equivalenza è sufficiente a chiarire i concetti coinvolti. Tuttavia l'insegnante potrà, se lo ritiene necessario, posporre l'attività qui presentata fino a quanto i necessari concetti non siano stati sufficientemente trattati. In tal caso la proposta potrà presentarsi come concreto rinforzo dei concetti stessi.

Infine, osserviamo come possa essere indubbiamente utile, nelle varie attività proposte, un software che simuli l'estrazione casuale di numeri per tante volte quanto si desideri. Tuttavia, tale procedura è "trasparente" all'allievo, che non riesce a controllarla. Si raccomanda pertanto che, anche se si volesse realizzare questa possibilità, lo si faccia **solo dopo aver effettivamente provato in maniera concreta**, in modo che lo studente abbia la sensazione dell'aiuto della macchina in una direzione che comunque è la sua… In tal modo si potrà notare come, al crescere del numero di estrazioni la frequenza percentuale si andrà ad avvicinare sempre più a quella teorica.

Metodologia: La metodologia sarà quella laboratoriale, dove l'insegnante guida l'esplorazione, valorizza le ipotesi, coordina discussione e verifica, ponendo domande stimolo e problemi. Si raccomanda in particolare che l'insegnante non anticipi le risposte ai dubbi dei ragazzi ma svolga un ruolo attivo nel rilanciare le domande e nello stimolare proposte e ipotesi.
Solo quando queste saranno in qualche modo emerse e condivise dai ragazzi, l'insegnante interverrà per precisare le definizioni e puntualizzare i passi del percorso, aiutando gli studenti a sistematizzare correttamente quanto scoperto.

Bibliografia di riferimento

D'Onofrio, M. : *La probabilità*. Rassegna n.36, periodico dell'Istituto Pedagogico, agosto 2008
Dacunha-Castelle, D. : *La scienza del caso* – Dedalo (1998)
Glaymann, M.: *Les Probabilités à L'école Élémentaire* - Educational Studies in Mathematics, Vol. 6, No. 4 (1976), pp. 389-393
Hacking, I.: *Introduzione alla probabilità e alla logica induttiva* – Il Saggiatore (2005)
Kemeny J.G., Snell J.L. & Thomson G.: *Matematica e attività umane*, v. I e II – Feltrinelli (1968)
Pintacuda, N. : *Primo corso di probabilità* - F.Muzio (1983)
Rosenthal, J.S.: *Le regole del caso* – Longanesi (2005)

PQM Piano Nazionale Qualità e Merito 2010/2011
Una scuola di qualità, per tutti

Descrizione dell'attività

- **Condizione, problema o stimolo da cui nasce l'attività**
  L'introduzione della probabilità nella scuola secondaria di I grado avviene solitamente operando su insiemi di (pochi) eventi resi volutamente equiprobabili, come accade in molti giochi: lancio di monete, di dadi, l'estrazione di palline da urne, di carte da gioco. Si arriva alla definizione classica della probabilità di un evento come rapporto tra il numero di casi favorevoli e il numero di casi possibili.
  Si può però seguire un secondo schema, considerando situazioni che si ripetono molte volte secondo uno schema identico: un giocatore che lancia più volte una moneta o un dado, un atleta che ripete uno stesso esercizio più volte, ecc. In questi casi si può considerare la frequenza relativa di un certo evento: uscire testa per la moneta, un numero minore o uguale a 2 per il dado, una fissata performance per l'atleta,… Ha senso chiederci che relazioni hanno le frequenze relative di tali eventi con le rispettive probabilità.
  Questo secondo tipo di approccio lega fra loro la statistica e la probabilità e permette di preparare gli alunni a ulteriori scoperte e approfondimenti in entrambe le direzioni.
  L'attività proposta, inoltre, mira a stimolare altre competenze nei ragazzi (manualità e operatività geometrica, conoscenza di proprietà dei numeri) in modo da coinvolgerli in modo più globale.

- **Prerequisiti richiesti ai ragazzi per svolgere l'attività**
  La classe di riferimento potrebbe essere la prima nella seconda parte dell'anno scolastico, quando sono stati ripresi e sistematizzati alcuni aspetti dei numeri naturali e della loro rappresentazione.
  In alcuni punti della proposta si fa riferimento alle percentuali e ai rapporti. A nostro avviso, il richiamo alle frazioni e alla loro equivalenza è sufficiente a chiarire i concetti coinvolti. Tuttavia **l'insegnante potrà, se lo ritiene necessario, posporre l'attività qui presentata fino a quanto i necessari concetti non siano stati sufficientemente trattati.** In tal caso la proposta potrà presentarsi come concreto rinforzo dei concetti stessi.
  L'Attività 3 (che può comunque essere anche saltata senza danni per la proposta principale) richiede alcune competenze operative su cui può essere opportuno coinvolgere l'insegnante di Tecnologia.

- **Strumenti forniti agli allievi**
  E' bene disporre di calcolatrici tascabile; potrebbe essere molto utile poter usare (su pc o LIM) un software con foglio elettronico.
  Per la **Attività 1** è necessario disporre per ogni allievo (o coppia di allievi) di un **mazzo di 10 cartoncini uguali,** su cui ragazzi stessi scriveranno le cifre.
  Per l'**Attività 3** servono per ogni allievo o coppia di allievi: Compensato o cartone spesso; Un chiodo grosso; Una graffetta.
  Per l'**Attività 4** sono utili dei **set di gettoni** e dei **dadi multi facce**.

- **Organizzazione della classe e metodologia**
  La disposizione degli alunni può rimanere quella tradizionale della classe, oppure con una sistemazione dei banchi a gruppi (non più di 4 per gruppo).
  La metodologia è laboratoriale.

Unione Europea FONDI STRUTTURALI EUROPEI pon 2007-2013 MIUR
COMPETENZE PER LO SVILUPPO (FSE) A-2-FSE-2009-2
Agenzia Nazionale per lo Sviluppo dell'Autonomia Scolastica ex Indire
INVALSI

Fasi e tempi (indicativi)

6 ore (I tempi sono puramente indicativi. È opportuno dilatarli o contrarli in base all'interesse ed alla risposta degli studenti.)

- Attività 1 – La Lotteria (2 ore)
  - Fase I Estrazione semplice (½ ora)
  - Fase II Complichiamo un po' le cose… Una variante numerica (1 ½ ora)
- Attività 2 – Il modello teorico (1 ½ ora)
- Attività 3 - La roulette (1 ½ ora)
- Attività 4 - Rafforzamento curricolare e approfondimenti (1 ½ ora)

Indicazioni per il docente

Attività 1 - La lotteria

Fase I : Estrazione semplice

Questa prima fase funge essenzialmente come richiamo della definizione classica di probabilità e come introduzione informale della definizione frequentista. C'è da aspettarsi che diversi ragazzi abbiano già incontrato la prima alla scuola primaria: in tal caso ovviamente l'insegnante potrà ridurre il tempo dedicato alla discussione introduttiva.

Proponiamo, magari in vista di attività come una festa della scuola o l'incontro con un'altra classe, di provare a organizzare una lotteria, basata sull'estrazione di numeri a cui associare dei premi. Per fissare le idee, stabiliamo che le estrazioni avverranno da un insieme comprendente i numeri da 0 a 9.

Ogni studente (o coppia di studenti) riceverà un pacchetto di 10 cartoncini uguali. Su una faccia di ciascun cartoncino segneremo i numeri da 0 a 9. Da tale mazzo estrarremo di volta in volta in maniera casuale una carta. In alternativa si potrà utilizzare un dado a 10 facce da lanciare tante volte quanto serve.

Una volta preparati gli strumenti e provata qualche estrazione, si avvia una discussione con i ragazzi su quale sia la "probabilità" di uscita. In questa fase gli alunni (se il tema non è stato mai trattato) avanzeranno probabilmente delle definizioni "ingenue"; è però possibile che qualcuno abbia già visto l'argomento magari nella scuola primaria: in questo caso l'insegnante potrà incoraggiare questi a spiegare agli altri il concetto. Al termine della discussione si dovrà giungere alla definizione classica di probabilità.

L'insegnante proporrà allora di "verificare sperimentalmente" se le previsioni sono corrette, eseguendo una serie di esperimenti: ad ogni coppia si proporrà di eseguire un certo numero di tentativi segnando il risultato (da 10 a 20 tentativi sono sicuramente possibili in un tempo ridotto: su una classe di 12 coppie questo permette di avere circa 200 risultati). Alla fine delle prove si sommeranno i risultati usciti e scopriremo che in realtà i numeri non saranno certo usciti un numero di volte pari a 1/10 !

La seguente tabella è stata realizzata in occasione di una sperimentazione dell'attività: come si vede c'è una discreta variabilità di "uscita" dei diversi numeri.

CIFRA	Frequenza	Percentuale %
0	199	10,0%
1	170	8,5%
2	214	10,7%
3	205	10,3%
4	231	11,6%
5	176	8,8%
6	234	11,7%
7	194	9,7%
8	170	8,5%
9	207	10,4%
tot	2000	100

Nota didattica: Può essere indubbiamente utile (in questa fase come nelle successive) un software che simuli l'estrazione scegliendo in maniera casuale un numero fra 0 e 9 per tante volte quanto la classe decide. Tuttavia, tale procedura è "trasparente" all'allievo, che non

riesce a controllarla. Si raccomanda pertanto che, anche se si volesse realizzare questa possibilità, lo si faccia **solo dopo aver effettivamente provato in maniera concreta**, in modo che lo studente abbia la sensazione dell'aiuto della macchina in una direzione che comunque è la sua… In tal modo si potrà notare come, al crescere del numero di estrazioni la frequenza percentuale si andrà ad avvicinare sempre più a quella teorica.

Si potrà a questo punto tirare in ballo il modello teorico del lancio di un dado o di due dadi e prevedere le probabilità di uscita. Potremo allora parlare di Casinò e Roulette e proporre ai ragazzi di effettuare una ricerca su Internet sul modo in cui funziona la roulette classica (con 36 caselle più lo 0).
Questo ci darà occasione di rinforzare il concetto di probabilità classica e di parlare di "gioco equo": il premio viene deciso in funzione della probabilità teorica. Nel caso del nostro gioco, dunque, i premi saranno uguali per ogni puntata.
La scoperta che in realtà, ad esempio nella roulette, il numero di uscite reali non coincide con quello previsto dalla teoria darà un "senso" al gioco, una base pratica alla trattazione seguente e potrà anche fornire lo spunto per parlare di altri tipi di giochi…

Fase 2 – Complichiamo un po` le cose… Una variante numerica

Il gioco presentato nella Fase precedente, dopo un po', diventa ripetitivo e noioso. Per renderlo più attraente, proponiamo di usare due mazzi identici,, da cui effettuare contemporaneamente due estrazioni (oppure di usare due dadi a dieci facce). Il numero vincente sarà il numero di unità del prodotto dei due numeri ottenuti. Ad esempio, se escono 7 e 4, il cui prodotto è 28, il numero vincente sarà 8.
In questa situazione i ragazzi non sanno quali siano le probabilità dei diversi numeri da 0 a 9. Se i numeri non hanno la stessa probabilità di vincere, dobbiamo assegnare i premi più costosi ai numeri con poche possibilità di uscita e inversamente attribuire i premi più economici ai numeri che hanno più possibilità di vincere.
Come procedere?

L'insegnante inviterà i ragazzi a avanzare proposte. Dalla discussione dovrà emergere che la definizione classica non si può (in realtà ancora "non si sa"…) applicare, per la scarsa prevedibilità dei risultati. L'insegnante suggerirà allora di costruire una tabella sperimentale per vedere se si riesce a individuare uno schema.
In un primo tempo i ragazzi procedono sperimentalmente: divisi in gruppi, estraggono le coppie di numeri, annotano i risultati e fanno delle statistiche.
Fin dall'inizio delle prove i ragazzi constatano che certi numeri escono più spesso di altri, e soprattutto lo zero vince molto spesso.
Dopo 2000 prove avranno ottenuto risultati come i seguenti (effettivamente trovati da una classe che ha sperimentato l'attività).

Tavola delle frequenze assolute e relative (percentuali) su 2000 prove

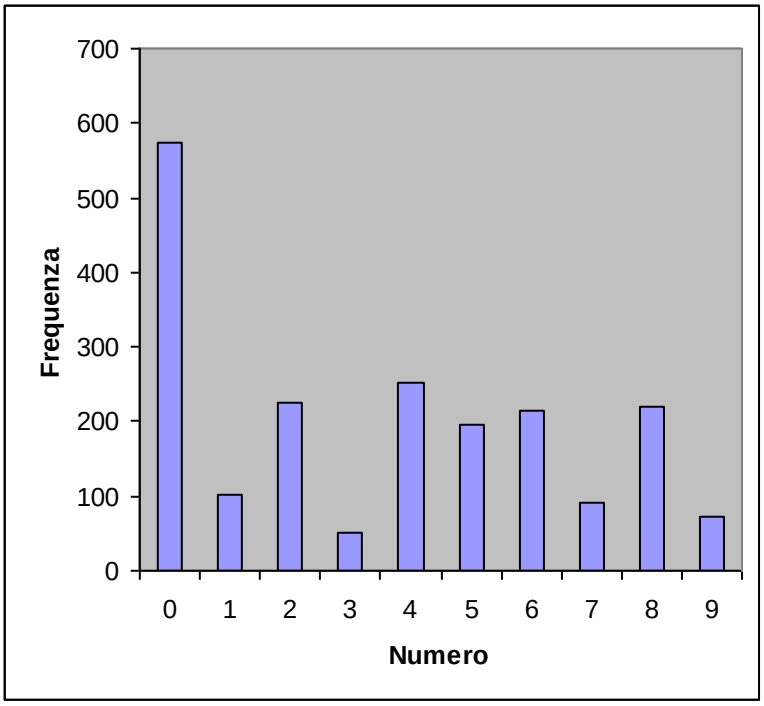
Numero	Frequenza	Percentuale %
0	575	28,75
1	102	5,10
2	225	11,25
3	50	2,50
4	252	12,60
5	197	9,85
6	215	10,75
7	91	4,55
8	221	11,05
9	72	3,60
tot	2000	100,00

Nota didattica: A questo punto della proposta, la colonna delle frequenze percentuali può anche essere omessa. Tuttavia, senza voler introdurre esplicitamente le percentuali, si può fare leva ancora una volta sulla definizione classica di probabilità: se il numero 5 è uscito 197 volte su 2000 casi, quante volte sarebbe uscito se avessimo fatto solo 100 tentativi ? Vogliamo che la probabilità resti la stessa, dunque il valore del rapporto deve essere uguale: una proporzione o anche una semplice equivalenza di frazioni possono aiutarci a trovare la risposta e contemporaneamente servono di rinforzo ai sottostanti concetti aritmetici.

COMPETENZE PER LO SVILUPPO (FSE) A-2-FSE-2009-2

Costruiamo il corrispondente

Diagramma a barre



Appare molto chiaramente che lo 0 ha una frequenza di uscita molto più alta di tutti gli altri numeri e che alcuni numeri (1, 3, 7, 9 nella nostra sperimentazione) hanno una frequenza di uscita più bassa degli altri. Perché accade questo?
Se si compiono altre 2000 prove, potremo ottenere gli stessi risultati? No. Perché? Per colpa del "caso". I risultati che si troveranno saranno vicini ai precedenti? Ci aspettiamo che sia così, anche se certamente con alcune differenze.

Indicazioni per il docente

Attività 2 – Il modello teorico: la tavola pitagorica "modulo 10"

La questione che si pone è se sia possibile trovare un modello "teorico" che permetta di prevedere i risultati ottenuti sperimentalmente.
Dopo una lunga discussione, emergerà (dai ragazzi o eventualmente "spinta" ma NON ESPLICITAMENTE PROPOSTA DALL'INSEGNANTE) l'idea di costruire una tavola pitagorica, per tentare di capire meglio cosa accade. Infatti l'attività procede per moltiplicazioni fra numeri interi

	1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

Tuttavia, per ottenere un modello efficace del nostro gioco, la tavola andrà costruita in modo da contenere solo i numeri da 0 a 9: in pratica sarà una Tavola Pitagorica "modulo 10"; ossia, divido per 10 i numeri della tradizionale tavola pitagorica e scrivo il "resto". Secondo l'efficace definizione di un ragazzo "in questa non si scrivono le decine".

	1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**0**
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
2	2	4	6	8	0	2	4	6	8	0
3	3	6	9	2	5	8	1	4	7	0
4	4	8	2	6	0	4	8	2	6	0
5	5	0	5	0	5	0	5	0	5	0
6	6	2	8	4	0	6	2	8	4	0
7	7	4	1	8	5	2	9	6	3	0
8	8	6	4	2	0	8	6	4	2	0
9	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

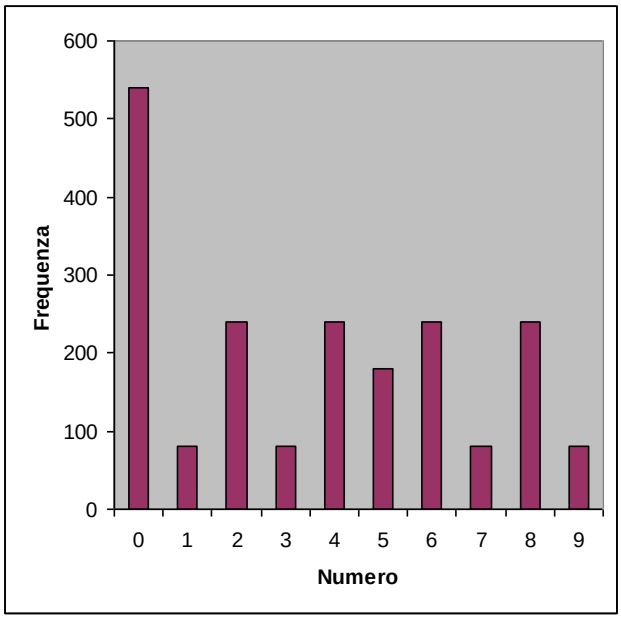
FONDI STRUTTURALI EUROPEI pon 2007-2013 COMPETENZE PER LO SVILUPPO (FSE) A-2-FSE-2009-2
Agenzia Nazionale per lo Sviluppo dell'Autonomia Scolastica ex Indire INVALSI

L'analisi di questa tavola è molto istruttiva dal punto di vista numerico (si pensi a come si possono verificare alcuni criteri di divisibilità, ma non tutti…) e la tavola stessa può essere lasciata a disposizione per lavorarci ancora.

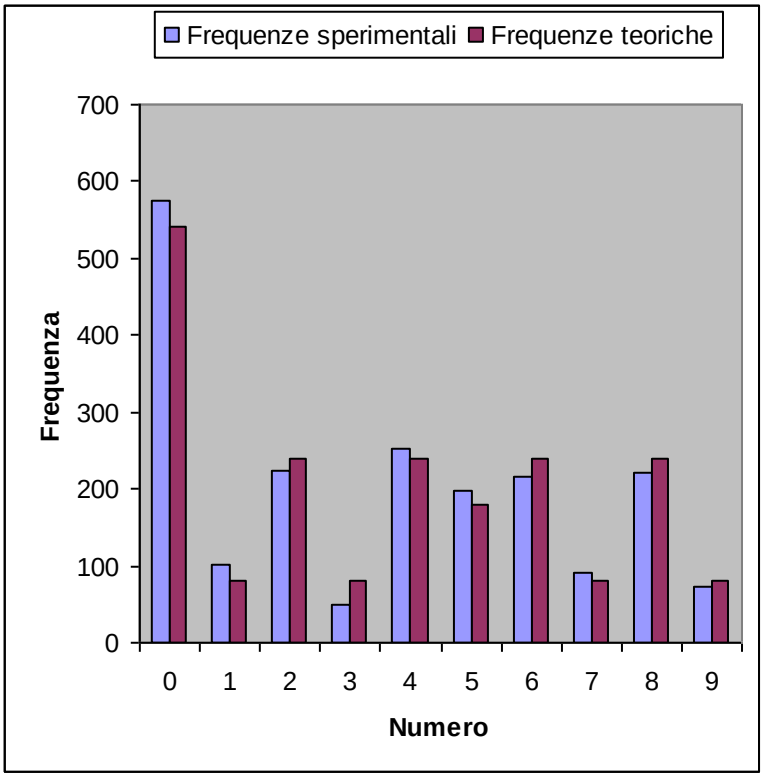
I ragazzi contano quante volte ciascuna cifra compare nella tavola e costruiscono la tabella seguente

Numero	Frequenza	Percentuale %
0	27	27
1	4	4
2	12	12
3	4	4
4	12	12
5	9	9
6	12	12
7	4	4
8	12	12
9	4	4
	100	100

Qui la percentuale ha un significato molto concreto, direttamente connesso alla definizione di probabilità: quante uscite su 100 estrazioni.
Gli allievi confrontano questi risultati con i risultati precedenti: Trovano che le frequenze non sono paragonabili, ma le frequenze relative (espresse in percentuale) consentono raffronti utili.
I risultati sono in effetti molto "simili": lo 0 ha una frequenza molto più alta, mentre i numeri 1,3,7,9 l'hanno effettivamente più bassa degli altri…. Per meglio rendersi conto si può suggerire ai ragazzi di disegnare il diagramma a barre teorico



e confrontarlo con quello sperimentale:



Indicazioni per il docente

Attività 3 – La "roulette della fortuna"

Questa attività richiede una buona capacità di lavoro manuale. Essa serve anche a richiamare alcuni concetti geometrici. Si suggerisce all'insegnante di coinvolgere eventualmente colleghi di discipline tecnico-artistiche nella sua realizzazione.
Essa potrebbe naturalmente essere saltata, ma si presta bene a discutere coi ragazzi del significato di "equiprobabilità" e di gioco "non truccato": la effettiva equiprobabilità di uscita dei risultati dipende da una costruzione quanto più esatta possibile dello strumento !

Per concretizzare e vivacizzare il gioco, si può suggerire di utilizzare una "roulette" divisa in 10 settori uguali, numerati da 0 a 9. In pratica si tratta di preparare una "ruota" (come quella usata in alcuni giochi televisivi) divisa in 10 settori.
Naturalmente, per la correttezza del gioco, occorre che la roulette sia ben equilibrata, in modo che ciascuno dei numeri da 0 a 9 abbia la stessa possibilità (probabilità) di uscire e questo potrà dar luogo a diverse osservazioni.
Proponiamo ai ragazzi di costruire la roulette magari coinvolgendo l'insegnante di Tecnologia.

Istruzioni per realizzare la "roulette"

1. *Disegnare un cerchio sul compensato con il compasso.*
2. *Marcare il centro del cerchio.*
3. *Prendere una graffetta e raddrizzare un capo*
4. *Usare il chiodo per tenere la graffetta sul centro del cerchio.*
5. *Dividere il cerchio in dieci parti uguali*
6. *Scrivere sulle parti (spicchi) le cifre da 0 a 9*

Un problema geometrico molto interessante è come suddividere il cerchio in dieci parti uguali. Per far ciò, operativamente, forse la cosa più semplice è in primo luogo capire che ogni cerchio è di 360 gradi, non importa quale sia il suo raggio.
Quindi, se si vuole dividerlo in 10 parti uguali, è necessario conoscere il numero di gradi per ciascuna parte, ossia 360°/10 = 36°. Dunque si dovrà tracciare un diametro del cerchio, prendere un goniometro centrato nel centro del cerchio e appoggiato al diametro e individuare un angolo di 36° Quindi si dovrà disegnare un raggio dal centro alla circonferenza che individui l'angolo di 36 gradi e tracciare la corda che unisce i due punti trovati sulla circonferenza. Basta continuare a fare questo, per costruire tutti i segmenti.
Suggerimento: per rendere il lavoro più veloce, una volta costruito il vostro primo segmento, si può prendere un compasso e posizionarlo sul punto trovato sulla circonferenza, tracciando un cerchio di diametro uguale al lato trovato. Ripetere questa operazione costruendo i segmenti muovendosi intorno al cerchio: infatti in pratica riporteremo lo stesso angolo al centro e questo garantisce la stessa lunghezza delle diverse corde.

La LIM potrebbe aiutare molto in questa attività, dato che permetterebbe di mostrare il lavoro nel suo farsi, con l'utilizzo di strumenti standard a cui i ragazzi sono ormai abituati; essi dovranno poi riprodurre sul concreto il lavoro effettuato virtualmente sulla LIM….

Per lo svolgimento dell'attività è assolutamente indispensabile che le uscite dei numeri siano equiprobabili. Invitiamo i ragazzi a pensare a come si potrebbe verificare la proprietà: dalla discussione dovrà emergere che **proprio la frequenza delle uscite dei numeri sulla**

roulette e il suo confronto con quella elaborata teoricamente ci permetterà di verificare o meno la effettiva equilibratura delle costruzioni.
Effettuate allora le misurazioni previste, sceglieremo le roulette risultate più equilibrate per proporre la nostra lotteria.

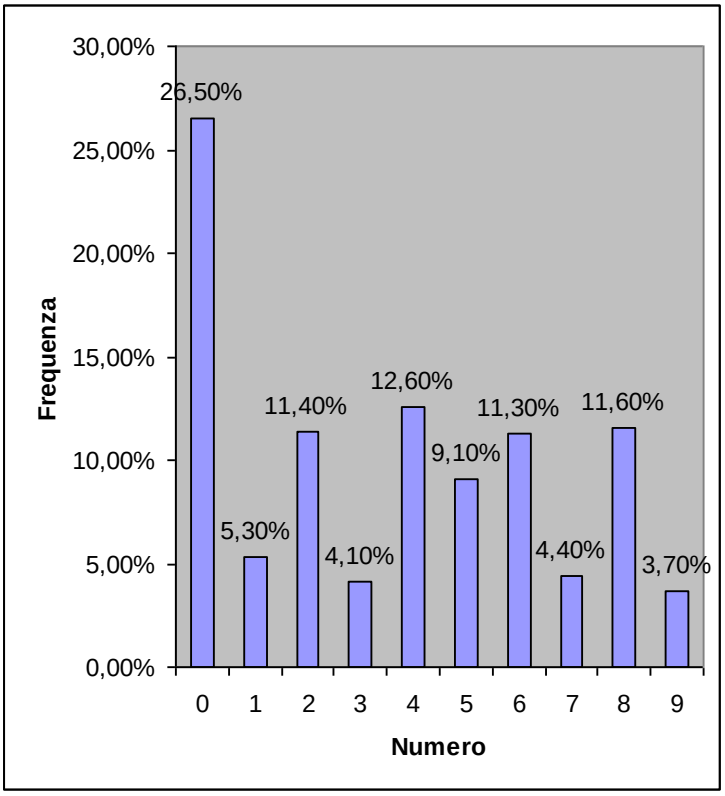
Indicazioni per il docente

Attività 4: Rafforzamento curriculare e approfondimenti

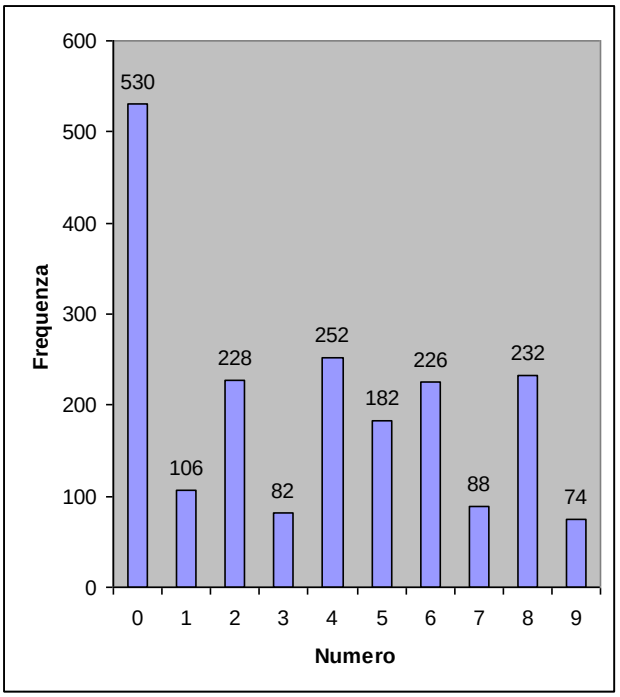
A questo punto, i ragazzi sono generalmente soddisfatti della loro ricerca, ma per rinforzare i concetti proponiamo di ripetere il gioco con l'uso di un diverso meccanismo di estrazione, per verificare di nuovo i fenomeni osservati e rafforzare per questa via l'apprendimento desiderato.

Esperienza A
Si potrà far ricorso a due urne contenenti 10 gettoni numerati da 0 a 9.
Si estrae un gettone da ciascuna delle due urne, si esegue il prodotto dei numeri ottenuti e dopo un sufficiente numero di estrazioni si ha una nuova statistica, che si confronta con le precedenti.

Numero	Frequenza	Frequenza relativa
0	530	26,5%
1	106	5,3%
2	228	11,4%
3	82	4,1%
4	252	12,6%
5	182	9,1%
6	226	11,3%
7	88	4,4%
8	232	11,6%
9	74	3,7%
	2000	100%



Si può confrontare questo grafico con quello delle frequenze teoriche ottenuto nell'attività precedente per verificarne le notevoli corrispondenze. Si noti che il raffronto avviene qui fra i grafici: abbiamo usato le percentuali dell frequenze relative, ma niente vieta di utilizzare quello delle frequenze assolute:



Come grafico, esso è ovviamente identico al precedente e dunque confrotnabile a piacere con quello delle frequenze teoriche.

Esperienza B

Si potranno usare un paio di dadi multifacce (del tipo in uso ad esempio nei giochi di ruolo) purché ovviamente vi siano almeno 10 numeri: se le facce sono più di 10, si potrà considerare nullo il lancio ogni volta che esca un numero fuori del range voluto.

Esperienza C (nel caso delle urne con i gettoni)

Proponiamo di utilizzare una sola urna facendo due estrazioni consecutive. Per rispettare il gioco, dovremo ovviamente re-immettere ogni volta il gettone estratto, dopo avere preso nota del risultato e prima di procedere all'estrazione successiva.
E se operassimo senza re-immissione ? Otterremmo gli stessi risultati ?

Naturalmente qui le uscite possibili sono 90 e vanno eliminate le unità che compaiono sulla "diagonale"… Come cambiano le probabilità relative ?

Esperienza D (nel caso dei dadi multi facce, ad esempio con 12 facce)

Come notavamo sopra, per rispettare il gioco dobbiamo scartare le facce segnate con i numeri maggiori di 10. Ma se non le scartiamo, cosa succede alle frequenze ? Ad esempio, per un dado a 12 facce le uscite possibili sono 144 e vengono aggiunte due nuove righe corrispondenti alla 1 e alla 2….
E se invece le facce fossero meno di 10? E se mancasse la faccia corrispondente allo 0 ?
Consideriamo i vari dadi (acquistati in commercio, oppure corrispondenti ai solidi regolari costruibili) e i diversi numeri di facce. Formuliamo le tabelle di frequenza relative a questi nuovi casi e cerchiamo di predire cosa può succedere. Quindi sperimentiamo e controlliamo il risultato…

Queste proposte di modalità diverse di lavorare possono dar luogo a situazioni nuove, che la classe potrà studiare sia sperimentalmente che teoricamente, utilizzando i concetti appresi.

FONDI STRUTTURALI EUROPEI PON 2007-2013 COMPETENZE PER LO SVILUPPO (FSE) A-2-FSE-2009-2
Agenzia Nazionale per lo Sviluppo dell'Autonomia Scolastica ex Indire
INVALSI

Indicazioni per il docente

Spunti per prove di verifica

Poiché questa proposta tratta concetti normalmente presenti nell'insegnamento curricolare, le verifiche possono essere formulate anche in forma standard: probabilità riguardanti estrazione da mazzi di carte o da urne, lanci di dadi, ecc. Inoltre, se si vuole restare aderenti alla proposta è opportuno verificare la capacità di costruire un modello con le frequenze relative (fra l'altro, questo serve a richiamare la costruzione di percentuali in un caso assai concreto…) e il relativo diagramma a barre.

Tuttavia, è molto importante che il docente utilizzi, in occasione di attività laboratoriali come queste, strumenti osservativi, i quali a loro volta possono fornire una base valutativa dell'allievo. Su proposte di questo genere è importante osservare (i punti non sono elencati in ordine di importanza):

- il tipo e la qualità della partecipazione alla discussione
- la correttezza e la coerenza di quanto affermato a proposito dei calcoli
- l'uso appropriato del linguaggio per comunicare le proprie idee
- la correttezza delle osservazioni relative a concetti probabilistici
- la precisione delle spiegazioni (scritte o orali), soprattutto dal punto di vista del rendere la spiegazione comprensibile agli altri alunni
- la disponibilità ad un progressivo arricchimento del linguaggio, l'effettivo sforzo e il progresso in tale direzione
- la disponibilità a modificare le proprie idee a seguito di interventi dei compagni

Inoltre nell'**Attività 3** interverranno competenze di tipo geometrico, grafico e manuale, le quali a loro volta andranno considerate e osservate.

FONDI STRUTTURALI EUROPEI pon 2007-2013 COMPETENZE PER LO SVILUPPO (FSE) A-2-FSE-2009-2
Agenzia Nazionale per lo Sviluppo dell'Autonomia Scolastica ex Indire
INVALSI