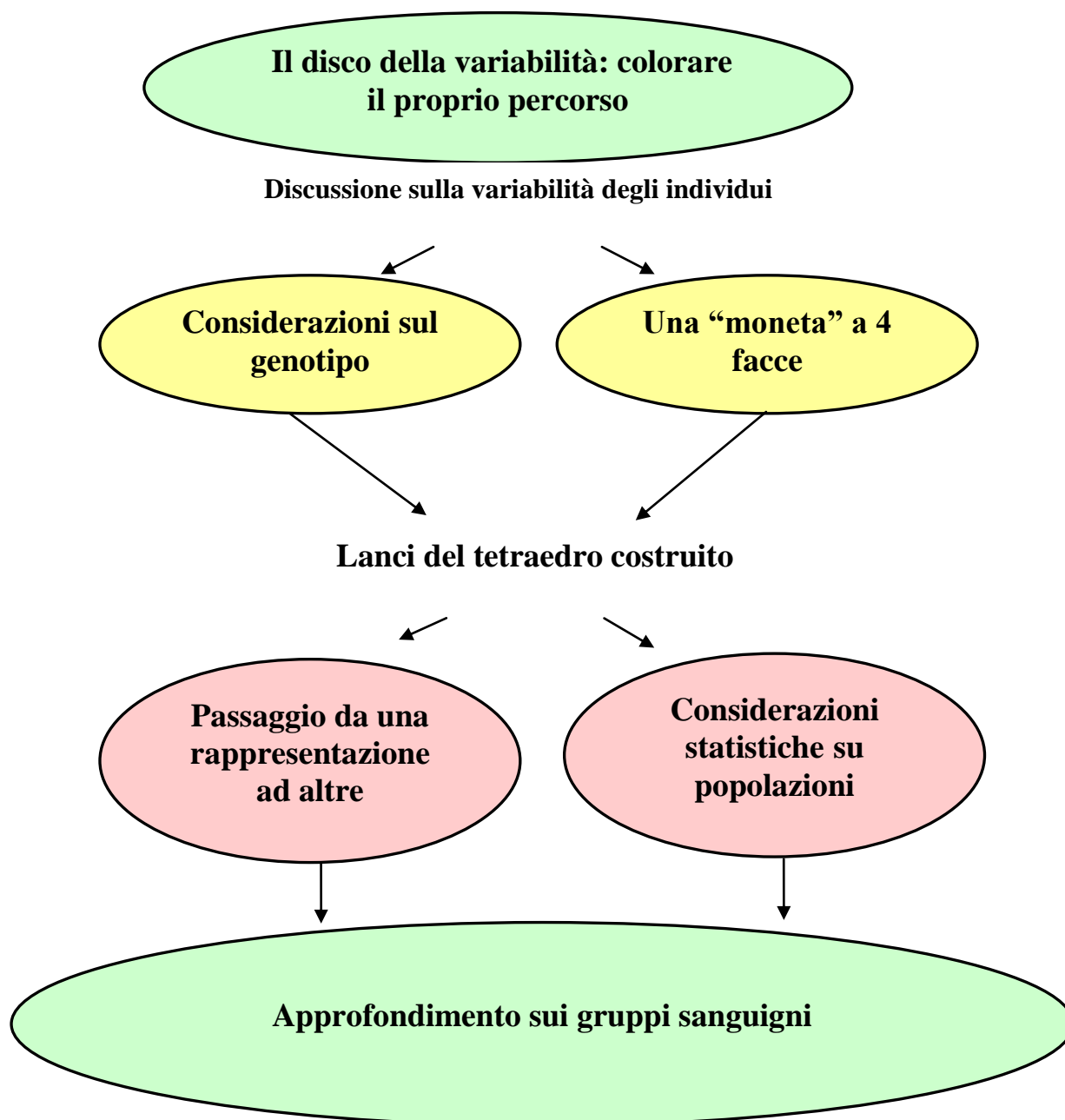




Genetica e probabilità

Autore Stefania Cotoneschi

Nucleo: Dati e previsioni



Introduzione

Tematica:

In questo percorso didattico, pensato per la terza classe della scuola secondaria di primo grado, si vogliono consolidare i concetti base della matematica dell'incerto ed ampliare la capacità di applicazione dei medesimi, a contesti tratti dalla genetica che usualmente viene trattata nelle scienze. Dalla riflessione sulla variabilità degli individui si sollecitano i ragazzi a svolgere una serie di attività nelle quali si utilizzano facili modellizzazioni e strumenti di rappresentazione diversi per fare considerazioni probabilistiche su situazioni tratte dalla vita reale.

Finalità e obiettivi formativi:

Con questa attività si intende dare altri suggerimenti per il raggiungimento degli obiettivi previsti dalle Indicazioni 2007 all'interno del tema *Relazioni, misure, dati e previsioni*, in particolare tenendo conto di quanto espresso nella relativa premessa: *la matematica dà strumenti per la descrizione scientifica del mondo e per affrontare problemi utili nella vita quotidiana*;

- Rappresentare relazioni e dati e, in situazioni significative, utilizzare le rappresentazioni per ricavare informazioni, formulare giudizi e prendere decisioni.
- Rappresentare problemi con tabelle e grafici che ne esprimono la struttura.
- In situazioni concrete, di una coppia di eventi intuire e cominciare ad argomentare qual è il più probabile, dando una prima quantificazione, oppure riconoscere se si tratta di eventi ugualmente probabili.

La competenza generale che si tende a sviluppare è quella di analizzare le situazioni per tradurle in termini matematici, riconoscere schemi ricorrenti, stabilire analogie con modelli noti.

Nelle attività suggerite si utilizzano le conoscenze acquisite in ambito scientifico relative alla genetica e si cerca di indurre collegamenti con gli obiettivi previsti nel nucleo *Dati e previsioni*.

Si inizia con una attività pratica scelta per evidenziare la grande variabilità tra individui della stessa specie e si continua considerando cosa può accadere quando due genitori generano un nuovo individuo: lo si fa considerando alcuni semplici caratteri evidenti nel fenotipo, e si suscita la discussione mirando a intuire come la variabilità sia enormemente più grande quando si mettono insieme tutti i caratteri del patrimonio genetico.

Nello sviluppo del percorso si utilizzano rappresentazioni di tipo diverso, suggerendo il passaggio da una all'altra, onde mostrare come, talvolta, una sia più efficace dell'altra e renda più facile la schematizzazione e la soluzione di un problema.

La metodologia è quella del problem solving, lo sviluppo previsto è quello misto tra lavoro di gruppo e discussione collettiva; in quest'ultima l'insegnante dovrà assumere il ruolo di mediazione con la disciplina per introdurre nuovi elementi e dare riconoscimento alle scoperte degli alunni.

INDICE

Attività 1 - Disco della variabilità (Indicazioni per il docente)

Attività 1-Disco della variabilità (Scheda per lo studente)

Attività 2 - Considerazioni sul genotipo (Indicazioni per il docente)

Attività 2A - Considerazioni sul genotipo (Scheda per lo studente)

Attività 3 - Il tetraedro: dado a 4 facce (Indicazioni per il docente)

Attività 3A - Il tetraedro: dado a 4 facce(Scheda per lo studente)

Attività 4 - Rappresentazioni diverse (Indicazioni per il docente)

Attività 4A - Rappresentazioni diverse (Scheda per lo studente)

Attività 5 - Cosa succede in una popolazione (Indicazioni per il docente)

Attività 5A - Cosa succede in una popolazione (Scheda per lo studente)

Verifica

Attività di Recupero

Attività di Approfondimento: Gruppi sanguigni

Attività di Rinforzo: Anomalie genetiche non ereditarie e il fattore Rhesus nel sangue

Esempi di Prove internazionali e nazionali

Descrizione del modulo

Condizione, problema o stimolo da cui nasce l'attività

Il modulo può essere inserito mentre nel percorso di scienze si sviluppa l'argomento della genetica.

Lo stimolo è la riflessione sulle differenze individuali per evidenziare la grande variabilità che c'è tra individui della stessa specie. La discussione su questa tematica oltre che rendere ragionevolmente interessante l'utilizzo di riflessioni probabilistiche, sarà anche molto utile dal punto di vista educativo, per sviluppare capacità di accogliere la diversità come ricchezza e potrà essere anche uno stimolo per approfondimenti trasversali in accordo con altri docenti di area diversa.

Prerequisiti richiesti ai ragazzi per svolgere l'attività

Si richiede che i ragazzi abbiano già svolto qualche attività con la quale sia stato introdotto il concetto di probabilità (almeno con la definizione classica) e che abbiano fatto qualche esperimento con il lancio di una e due monete.

È inoltre necessario che nel percorso di scienze abbiano imparato cosa sono i caratteri dominanti e recessivi e sappiano la differenza tra fenotipo e genotipo.

Strumenti forniti agli allievi

Schede stimolo e problemi. Schemi di rappresentazione diversi relativi ai problemi affrontati.

Organizzazione della classe

Il setting dovrà essere tale che favorisca il lavoro di gruppo e che consenta l'interazione con l'insegnante nei momenti di discussione collettiva o nei momenti in cui saranno presentati schemi di rappresentazione alla lavagna o meglio con l'uso di una LIM o di un video proiettore. Quasi in tutte le attività si prevedono una parte di lavoro individuale e una parte di interazione nel gruppo oppure nella classe intera; questo ha lo scopo di coinvolgere al massimo ogni alunno evitando che nel lavoro di gruppo qualcuno rimanga a margine e non partecipi sufficientemente.

Fasi e tempi

Le attività previste dovranno essere svolte in giornate diverse, sarà necessario che ogni volta venga ripreso il lavoro della volta precedente con una breve conversazione in cui gli alunni, attraverso la narrazione, verbalizzeranno quanto è stato appreso nelle fasi precedenti. Nella fase iniziale sarà opportuno accertarsi che i prerequisiti siano presenti ed eventualmente rinfrescare le conoscenze necessarie.

Saranno necessarie 8-10 ore per svolgere le attività 1-5.

Le attività di recupero, di rinforzo e di approfondimento sono da considerarsi aggiuntive e necessiteranno del tempo a parte, che potrà essere anche differenziato per gli alunni.

Bibliografia

Mezzetti G. (1987). *L'uomo. Dalla natura alla scienza*. La nuova Italia, Firenze 1987.

Castelnuovo E. (1993). *Pentole, ombre e formiche. In viaggio con la matematica*. La nuova Italia, Firenze 1993

Pesci A., Reggiani M. (1987). *Statistica e Probabilità nella scuola media inferiore: una proposta didattica*. Progetto strategico del CNR. Tecnologie e innovazioni didattiche. Dipartimento di matematica Università di Pavia

Bertini M.G., Danise P., Franchini E. (2005) *Scientificamente. Vita e Uomo*. Mursia Scuola, Milano 2005

Ottaviani M.G. (2010) *Scoprire la statistica e la probabilità nell'insegnamento della matematica a scuola...* Induzioni. Demografia, probabilità, statistica a scuola. 41,2(2010), pp.9-21 .

Sitografia

INDIRE PUNTOEDU, apprendimenti di base: m@t.abel

Sul sito dell'Agenzia si possono trovare molti materiali correlati a questo percorso, nel tema Dati e previsioni, in particolare segnaliamo:

Anichini G. Definizioni o Assegnazioni di Probabilità?

<http://repository.indire.it/repository/working/export/3122/files/assegnazioni.pdf>

Attività di dati e previsioni: Voglio una figlia con i capelli rossi

<http://repository.indire.it/repository/working/export/4065/>

File excel "lancio di tre dadi" in attività di dati e previsioni, "Un gioco con tre dadi" a cura di Giampaolo Baruzzo, Daniela Proia, Paola Ranzani

<http://repository.indire.it/repository/working/export/231/files/lancioditredadi.xls>

INVALSI

www.invalsi.it

Il sito dell'Invalsi permette di consultare tutti i documenti relativi alle valutazioni predisposte dall'Istituto (quadri di riferimento, domande rilasciate, analisi e rapporti) nonché di accedere alla documentazione (spesso tradotta in italiano) relativa alle principali analisi internazionali. (Giugno 2011)

IEA

<http://www.iea.nl>

Il sito dell'International Association for the Evaluation of Educational Achievement (IEA) raccoglie la documentazione relativa alle analisi condotte dall'IEA (quadri di riferimento, domande rilasciate, rapporti nazionali e internazionali). La lingua del sito è l'inglese.

In particolare, la pagina <http://www.iea.nl/pirls20060.html> presenta l'indagine PIRLS compiuta nel 2006. (Giugno 2011)

OCSE PISA

<http://www.pisa.oecd.org>

Si tratta del sito dedicato all'indagine PISA (Programme for International Student Assessment). Riporta anche informazioni sulle indagini in corso di analisi, in particolare su PISA 2009, che è stata dedicata in modo speciale alla lettura. (Giugno 2011)

Materiali

File excel "dado truccato" da attività m@t.abel

Attività 1 – Il disco della variabilità

Indicazioni per il docente

Tipologia: Attività di esplorazione

Obiettivo didattico: Consapevolezza della variabilità tra individui della stessa specie in relazione ai caratteri del fenotipo

Tempo: 1 ora 30'

Materiale: Una scheda a disposizione di ogni alunno.

Consegna 1

Si chiede di osservare la scheda ricevuta e dopo attenta lettura della legenda dei simboli, partendo da centro del disco colorare il proprio percorso, scegliendo per ogni disco concentrico le proprie caratteristiche.

Consegna 2

Si richiede di confrontare il proprio percorso con quello dei compagni del gruppo e di discutere ciò che è stato ottenuto dai componenti del gruppo. Si richiede di analizzare l'oggetto rappresentato nella scheda, di esplicitare a quali conoscenze di scienze si riferisce. Si chiede perché i numeri sul bordo sono proprio 128 e come si può trovare una regola che spieghi questo fatto.

Analisi della Consegna 2 – L'obiettivo della consegna è duplice, da una parte rendersi conto della grande variabilità fra individui che si raggiunge anche considerando solo pochi caratteri somatici (sono infatti solo 7 quelli del nostro disco), dall'altra recuperare una regola certamente già conosciuta che riguarda il lancio di una o più monete (*o di una moneta tante volte*).

Si tratta quindi di riconoscere una regola nota che viene applicata in un contesto diverso, ciò non sembra banale, perché spesso le difficoltà nascono proprio dall'incapacità di trasferire una procedura nota a contesti diversi.

La discussione in gruppo è guidata nella scheda, nella parte in corsivo, che l'insegnante può decidere di lasciare o togliere dalla scheda stessa perché siano gli alunni del gruppo a scoprire quanto detto nel corsivo.

Consegna 3

La discussione si apre chiedendo agli alunni di presentare quanto fatto per eseguire le consegne 1 e 2.

Analisi della Consegna 3 – Nell'attività Abbiamo considerato soltanto se sono presenti oppure no 7 caratteri somatici, ma se pensiamo al grande numero di caratteri che compongono il patrimonio genetico di una persona, possiamo immaginare la enorme variabilità da un individuo ad un altro della stessa specie.

Nella discussione collettiva, se qualche gruppo non avesse recuperato la regolarità del lancio delle monete oppure non ricordasse la differenza tra genotipo e fenotipo, sarà bene che l'insegnante indirizzi verso questi due argomenti prima di procedere nel percorso, considerando che l'interazione fra pari può essere molto efficace anche nel recuperare conoscenze che qualcuno ha dimenticato o mai posseduto.

Consegna 4

Esercizio individuale per rafforzare quanto appreso nell'attività n.1.

Suggerimento aggiuntivo

Le schede degli alunni con il disco colorato da ciascuno, possono essere fotocopiate tagliando via il nome e ridistribuite a caso. Si chieda ad ogni alunno di indovinare a chi appartiene il disco ricevuto nella distribuzione. Dopo aver verificato se il compagno è stato individuato, si chieda di spiegare quale ragionamento è stato fatto. Questo sarà un gioco logico assai stimolante.

Scheda per lo studente		
Cognome	Nome	Data

Attività 1- Il disco della variabilità¹

Consegna 1. Osserva bene la fig.1 e leggi attentamente la legenda dei simboli.

Partendo dal centro del disco, colora il tuo percorso, scegliendo per ogni disco concentrico le tue caratteristiche.

Annota il numero che sta sulla circonferenza e che corrisponde al settore di arrivo del tuo percorso.

Nel disco della variabilità secondo alcuni caratteri somatici del fenotipo, i simboli usati sono da leggere come indicato sotto:

T = capelli scuri

E = pigmentazione dell'occhio
(bruno, verde, nocciola)

M = naso a narici larghe

L = lobi auricolari sporgenti

R = lingua arrotolabile

B = mento con fossetta

H = capelli ricci

t = capelli chiari

e = mancanza di pigmentazione
(azzurro)

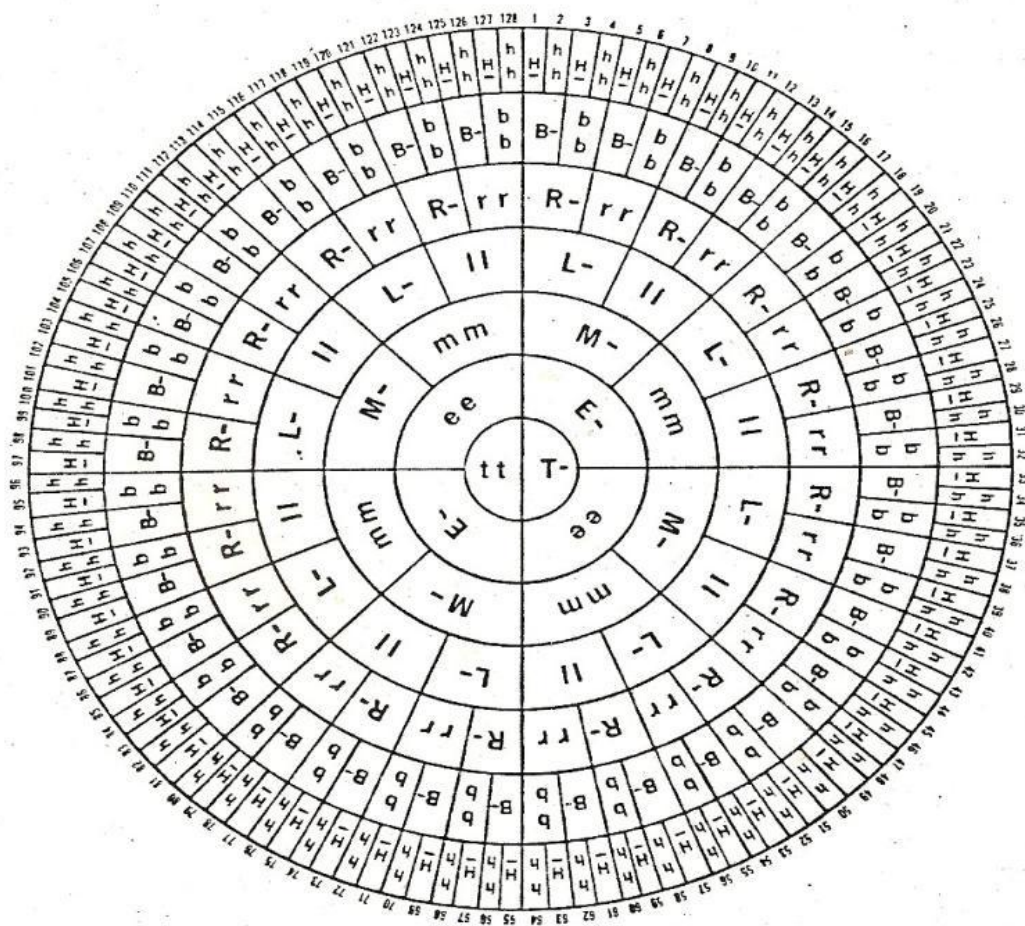
m = naso a narici strette

l = lobi auricolari aderenti

r = lingua non arrotabile

b = mento senza fossetta

h = capelli lisci



¹ Questa rappresentazione è stata usata molte volte a Scuola Città Pestalozzi ma è di origine ignota, probabilmente è presa da qualche vecchio libro di testo di scienze.

Consegna 2. Confronta il tuo percorso con quello colorato dai compagni del tuo gruppo.

Siete arrivati tutti allo stesso numero?

Cosa potete osservare in seguito all'attività appena svolta?

Discutete su come è costruito il disco della variabilità, perché i numeri sulla circonferenza arrivano proprio a 128?

Guida alla discussione in gruppo

Vi siete trovati a dover decidere se il vostro fenotipo (insieme dei caratteri manifesti) poteva essere rappresentato da uno o l'altro dei simboli?

Il tipo di rappresentazione richiede di rispondere ogni volta: il carattere è presente oppure no, non si possono esprimere qualità intermedie.

Quale modello matematico può essere adatto a rappresentare questa costruzione?

Siamo di fronte ad una situazione che ha una natura binaria SI/NO, identica a quella che si riscontra nel lancio di due monete.

Se lanci due monete hai 4 possibilità TC,CT,TT,CC ossia 2^2 .

Se lanci 3 monete hai 8 possibilità TCT, TCC, CTT,CTC, TTC,TTT,CCT,CCC ossia 2^3 (basta aggiungere alle coppie precedenti ogni volta sia T sia C).

Quante possibilità avrai con 4 monete? Hai bisogno di scrivere tutto o puoi fare subito il calcolo perché hai scoperto la regola? Saranno proprio 2^4 .

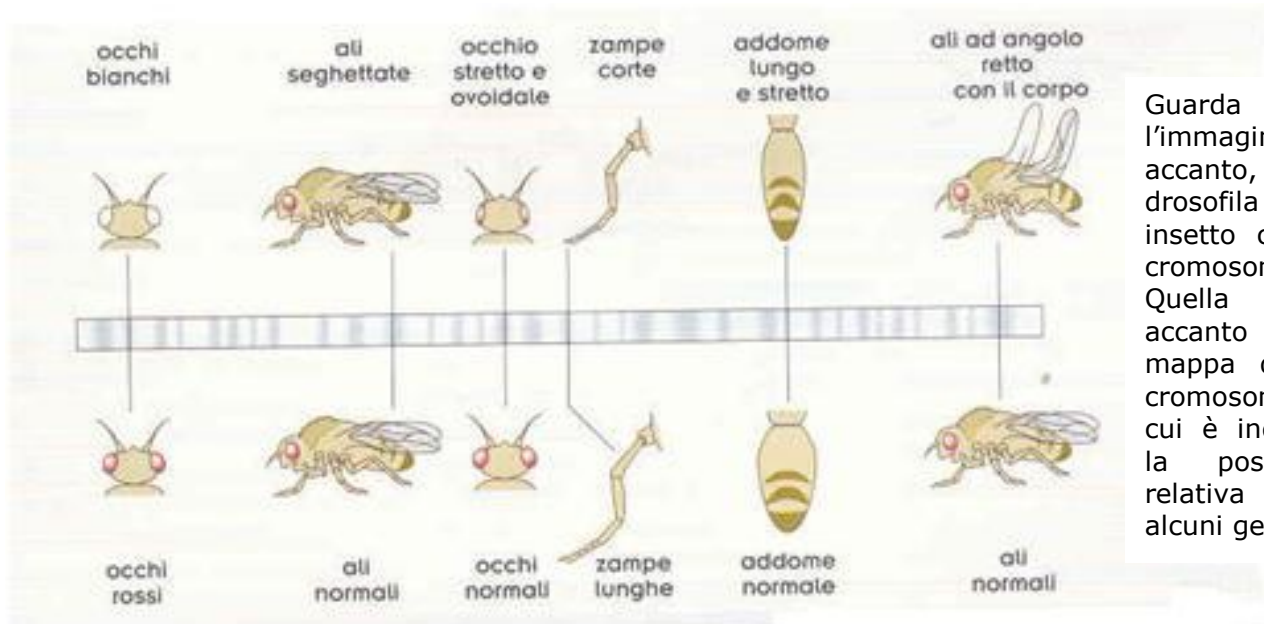
Perché i numeri sulla circonferenza arrivano proprio a 128 considerato che i dischi concentrici sono 7?

*Allora il modello per il nostro disco dei caratteri è appunto lo stesso del lancio di monete:
 $2^7=128$*

Consegna 3

Un portavoce del gruppo riporta quanto è stato scoperto e i punti salienti della discussione.

Nel confronto tra i gruppi si dovrà riflettere sulla variabilità tra individui e sulla differenza tra fenotipo e genotipo.

Consegna 4Esercizio²:

Quanti cerchi concentrici avrà il disco della variabilità tenendo conto dei caratteri della drosophila? Quanti settori avrà l'ultima corona circolare del disco?

Disegna schematicamente il disco da riempire.

Fai un elenco dei caratteri che possono essere manifesti in una drosophila e scrivi il numero corrispondente indicando la formula che lo determina.

² Bertini M.G., Danise P., Franchini E. (2005)

Attività 2 – Considerazioni sul genotipo

Indicazioni per il docente

Tipologia: Attività laboratoriale di classe e di piccolo gruppo.

Tempo: 2 ore

Obiettivo didattico: Riflettendo, in seguito all'attività precedente, sul modo in cui possa essere determinato il fenotipo di un individuo in riferimento ai caratteri trasmessi dai genitori, si considerano i 4 modi diversi che possono determinare il presentarsi di un certo carattere. Si invitano i ragazzi a costruire individualmente il disco del genotipo, a due livelli, relativamente a due caratteri. Si arriva a considerare, ad esempio, la probabilità di avere capelli chiari e occhi chiari considerando due genitori qualsiasi.

Materiale: Una scheda a disposizione di ogni alunno.

Anche in questa seconda attività è opportuno che la classe sia divisa in piccoli gruppi, che discuteranno ciò che stanno facendo, confrontandosi.

Analisi della Consegna 1

Si richiede di leggere attentamente il breve testo, per richiamare alcune nozioni di genetica che è importante conoscere per svolgere l'attività; gli alunni potranno anche discuterne brevemente nel caso che l'argomento sia stato in parte dimenticato.

Anche in questo caso dopo l'attività da svolgere in gruppo, si svolgerà una breve discussione durante la quale si condivideranno la soluzione del problema e la formula scoperta che sarà data da una moltiplicazione di frazioni.

Avremo per ognuno dei 4 settori della figura presente nella scheda studente, altri 4 possibili settori della corona circolare relativa al carattere degli occhi. Per semplicità consideriamo solo il settore dei capelli chiari e vediamo cosa succede se ci inseriamo anche il carattere relativo agli occhi:

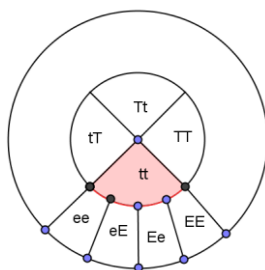


Fig.3

In questo caso possiamo valutare la probabilità di avere un individuo con occhi chiari e capelli chiari?

Dovremo avere cioè:

tt, ee e questo lo otteniamo solo in un quarto del primo 25%.

Il calcolo sarà $\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{16}$ che è pari al 6,25%

La costruzione di un disco analogo relativo a 3 caratteri con la comparsa del genotipo possibile per ciascun carattere, ci porterebbe ad un disco con tre livelli; quanti sarebbero i settori dell'ultima corona circolare? Dovremo moltiplicare per 4 i 16 settori del secondo livello; ossia avremo

$$16 \times 4 = 64$$

Proviamo a capire la regola; in questo caso avremo 4^n con il numero n uguale al numero dei caratteri che consideriamo.

Scheda per lo studente		
Cognome	Nome	Data

Attività 2 - Considerazioni sul genotipo

Consegna 1. Leggi il brano che segue e poi svolgi l'attività proposta lavorando in gruppo con i tuoi compagni.

Ogni carattere ereditario è determinato da una coppia di geni trasmessi ciascuno da un genitore che determinano il genotipo. Nei casi più comuni, ciascun gene può presentarsi in due forme diverse, ossia può essere dominante o recessivo. Per indicarli si usano la lettera maiuscola o quella minuscola, ad esempio A , a . Per un dato carattere esisteranno quindi tre tipi di individui:

uno avente entrambi i geni A (AA);

uno avente sia il gene A che il gene a (Aa);

uno avente entrambi i geni a (aa).

Nei casi più comuni succede che il gene recessivo non manifesti il suo effetto se è insieme a quello dominante.

Ad esempio se consideriamo il carattere "colore degli occhi" e indichiamo con " E " il colore scuro e con " e " il colore chiaro, un individuo con la coppia del genotipo " Ee " presenta il colore scuro degli occhi.

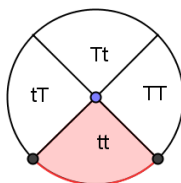
Attività

Nell'attività precedente, abbiamo considerato che ogni carattere si manifesta nel fenotipo oppure no. Come potrebbe essere il genotipo ogni volta che si ha la presenza di un carattere dominante?

Per discutere questo problema nel gruppo considerate solo i caratteri "capelli scuri" e "pigmentazione dell'occhio", ossia T ed E .

L'individuo che presenta il carattere T , può avere nel suo genotipo sia Tt , sia tT , TT . Ma questo cosa significa? Che ogni individuo rispetto a questo carattere "avere capelli scuri" ha probabilità 75% rispetto ad un 25% di essere tt ossia di non avere capelli scuri.

Se lo vogliamo vedere con il disco, avremo:



Provate a costruire il secondo livello del disco, per il carattere del colore degli occhi " E " che, se è presente, può provenire da EE , Ee , eE , e se non è presente sarà ee (occhi chiari, per semplicità non distinguiamo verde, celeste...).

In questo caso provate a valutare la probabilità di avere un individuo con occhi chiari e capelli chiari.

La costruzione di un disco analogo relativo a 3 caratteri con la comparsa del genotipo possibile per ciascun carattere, ci porterebbe ad un disco con tre livelli; quanti sarebbero i settori dell'ultima corona circolare?

Provate a scoprire la regola.

Attività 3 – Il tetraedro: dado a 4 facce

Indicazioni per il docente

Tipologia: Attività laboratoriale individuale nella costruzione e di gruppo nella fase sperimentale.

Tempo: 1h 30'

Obiettivo didattico:

Riflettere sul modello utilizzato e considerarlo svincolato dal problema genetico considerato per confrontarlo col modello delle monete e del lancio del dado. Costruire concretamente il dado a 4 facce e sperimentare se il modello concreto funziona, ossia se può essere considerato un dado "onesto" che risponde al principio di equiprobabilità.

Materiale: Una scheda a disposizione di ogni alunno, cartoncino bristol, colla e forbici.

L'insegnante ricorda ai ragazzi che in matematica cerchiamo sempre di generalizzare: nell'attività precedente è stato trovato un modello analogo a quello delle monete, ma nella situazione esaminata avremmo bisogno di una "moneta" con 4 facce perché 4 sono gli esiti possibili in riferimento ai geni. Una siffatta moneta potrebbe essere rappresentata con un tetraedro.

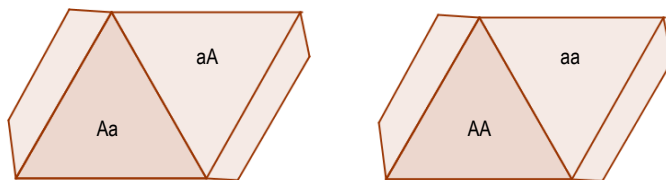
Il tetraedro (che può essere considerato un dado a 4 facce) dovrà essere lanciato tante volte quanti sono i caratteri considerati, ossia i livelli dei cerchi concentrici se pensiamo al modello del disco della variabilità.

Analisi della consegna 1

Nella consegna 1 della scheda per lo studente si invita alla costruzione di un tetraedro con cartoncino.

Nella costruzione gli studenti dovranno fare molta attenzione ad essere precisi nel disegnare, ritagliare e incollare le facce (io su ogni faccia ci dovrà essere lo stesso numero di linguette, in modo da rispettare una simmetria centrale che ci garantirà l'equiprobabilità³).

Naturalmente si accetterà anche una soluzione diversa equivalente a quella proposta nella scheda studente.



Analisi della consegna 2

La consegna 2, invita a sperimentare in gruppo il lancio del tetraedro come un dado e registrare ogni volta la faccia che si presenta. Se il numero di lanci è di almeno 100, usando lo stesso tetraedro, e si ottiene tra 16 e 34 volte ogni faccia, si può ritenere di aver costruito un discreto modello per simulare il presentarsi di una coppia di caratteri nel genotipo.

Infatti, dal Teorema Limite Centrale del Calcolo delle Probabilità, indicando la media con μ , e considerando $p = \frac{1}{4}$ (p = probabilità di successo),

si ha che l'intervallo $(\mu - \sqrt{np(1-p)}, \mu + \sqrt{np(1-p)})$ rappresenta l'insieme dei valori che si ottengono in 67% circa delle volte. Nel nostro caso tale intervallo è rappresentato da $16 < \mu < 34$.

³ L'equiprobabilità è un concetto delicato, essenziale nel percorso di dati e previsioni; si invita pertanto alla lettura dell'articolo di G. Anichini inserito come approfondimento in una attività m@t.abel, della quale si trova indirizzo in sitografia.

Uso di software

L'insegnante può decidere di usare un programma in excel per simulare il lancio di un dado a n facce e anche mostrare sperimentalmente il lancio di un dado truccato. *(allegato tra i materiali troverete il file inserito nell'Attività m@t.abel "Lancio di tre dadi" di cui si dà indirizzo in sitografia.*

Attività 4 - Rappresentazioni diverse

Indicazioni per il docente

Tipologia: Attività individuale con fase finale di soluzione in gruppo del problema proposto

Tempo: 1 ora

Obiettivo didattico:

Con questa attività si intende offrire strumenti di rappresentazione diversi e mostrare come talvolta lo strumento di rappresentazione più efficace favorisca la soluzione di un problema.

Gli obiettivi vi per l'attività sono tratti dai processi del QdR per la matematica, INVALSI:

- conoscere e padroneggiare diverse forme di rappresentazione e sapere passare da una all'altra (verbale, scritta, simbolica, grafica, ...);
- utilizzare la matematica appresa per il trattamento quantitativo dell'informazione in ambito scientifico, (descrivere un fenomeno in termini quantitativi, interpretare una descrizione di un fenomeno in termini quantitativi con strumenti statistici o funzioni, utilizzare modelli matematici per descrivere e interpretare situazioni e fenomeni, ...).

Materiale: Una scheda a disposizione di ogni alunno

Questa è un'attività individuale, guidata da una scheda che richiede un'attenta lettura di due brevi brani con i quali si introducono due strumenti di rappresentazione diversi.

In questa attività è bene che l'insegnante si accerti con una conversazione introduttiva che gli alunni abbiano acquisito il concetto dell'indipendenza degli eventi, in particolare che abbiano chiaro che se lancio una moneta tante volte, ogni lancio è un evento nuovo, il caso non ha memoria di quanto è avvenuto nei lanci precedenti: non c'è alcun motivo per credere che se ho ottenuto, ad esempio, quattro volte testa, avrò maggiore probabilità di $\frac{1}{2}$ di ottenere croce al prossimo lancio.

Le consegne della scheda invitano lo studente a leggere e osservare quanto è indicato e disegnato e chiedono di costruire rappresentazioni analoghe a quelle date come esempio in situazioni leggermente diverse.

Alla fine della scheda si invitano gli studenti a riunirsi in gruppo e discutere un problema.

L'insegnante potrà raggruppare i ragazzi via via che vede quanti hanno finito le attività della scheda, rispettando i tempi di lettura di ciascuno.

L'insegnante valuterà se svolgere anche in questo caso una breve discussione finale per confrontare le risposte date.

Questo sarà necessario in particolare se girando tra i banchi avrà rilevato che in qualche gruppo non sia stata data la risposta corretta.

Scheda per lo studente		
Cognome	Nome	Data

Attività 4 – Rappresentazioni diverse

Consegna 1. Leggi con attenzione

Continuando a supporre che un certo carattere ereditario sia determinato da una coppia di geni trasmessi dai genitori, (in realtà le cose sono spesso più complesse e accade che un certo carattere sia legato a più geni), continuando anche ad indicare con A un gene dominante e con a un gene recessivo, proviamo a supporre che due genitori siano del tipo AA e Aa.

Rappresentiamo con una tabella a doppia entrata le possibilità che si hanno di trasmissione dei geni ad un loro figlio:

	A	A
A	AA	AA
a	Aa	Aa

Osservando la tabella vedrai che è impossibile che il carattere rappresentato da aa si manifesti nel fenotipo, se si trattasse del colore dei capelli, (aa =capelli chiari), sarebbe impossibile da questi genitori avere un figlio con i capelli chiari.

Consegna 2

Prova a fare una tabella come quella sopra partendo da genitori del tipo: Aa, aa.

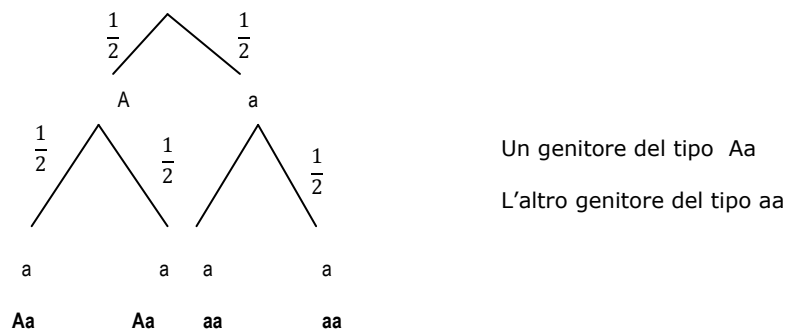
Osserva e rispondi sarebbe in questo caso possibile avere figli con i capelli chiari?

Con quale probabilità?

Consegna 3

Leggi e osserva la Rappresentazione con grafo ad albero

Sempre considerando che ciascuno dei genitori cede al figlio uno o l'altro dei due geni che possiede con uguale probabilità $\frac{1}{2}$, la situazione che abbiamo rappresentato sopra con una tabella a doppia entrata può essere rappresentata anche con un grafo ad albero:



Le coppie di lettere scritte in grassetto sotto il grafo ci indicano le possibilità che abbiamo con i due genitori considerati; ogni percorso partendo dall'alto dell'albero per arrivare ad un estremo ci dà la probabilità di avere la coppia di geni indicata in basso. Al solito se attribuiamo alla lettera A un carattere ad esempio il colore degli occhi scuri, dominante, avremo nei loro figli il 50% di probabilità di avere occhi scuri e il 50% di avere occhi chiari.

Costruisci il grafo ad albero nel caso in cui i due genitori siano del tipo:

AA e Aa oppure Aa e Aa

Indica in ognuno dei due casi la probabilità di avere un figlio AA, Aa, aa

Consegna 4

In gruppo discutete se nel caso in cui entrambi i genitori siano del tipo Aa e il carattere si riferisce al colore degli occhi, questo vorrà dire che se avranno 4 figli tre saranno con occhi marroni e uno con gli occhi azzurri?

Attività 5 – Cosa succede in una popolazione

Indicazioni per il docente

Tipologia: Attività laboratoriale individuale per la lettura e comprensione della scheda e di gruppo nella fase della discussione per la soluzione del problema.

Tempo: 2 ore

Obiettivo didattico:

Consolidare le proprietà della probabilità.

Riflettere su dati di realtà e capire che in molti casi non si può far altro che applicare la definizione frequentista della probabilità.

Materiale: Una scheda per ogni alunno

Prima di consegnare la scheda per lo svolgimento del lavoro, l'insegnante attraverso una conversazione iniziale si accerterà che gli alunni ricordino le proprietà della probabilità:

La probabilità (di verificarsi) di un evento è espressa da un numero compreso fra 0 e 1.

La probabilità dell'evento certo è uguale a 1, dell'evento impossibile è uguale a 0.

La probabilità del complementare di un evento A è uguale a $1 - P(A)$

Se due eventi sono incompatibili, la probabilità dell'unione dei due eventi è uguale alla somma delle singole probabilità.

Nel caso non siano state evidenziate precedentemente, sarà necessario con apposite domande, farle emergere in una discussione guidata.

Sempre a classe intera l'insegnante guiderà i ragazzi a riflettere sul fatto che in alcune popolazioni sono molto frequenti gli occhi azzurri e i capelli chiari, pur essendo questi due caratteri determinati da geni recessivi.

Si avrà modo di parlare dei dati statistici e magari, se si dispone di una LIM in classe, si potranno cercare sul sito ISTAT alcuni dati relativi a temi di interesse; ad esempio questo indirizzo porta ai dati su uso e abuso di alcol <http://www.istat.it/it/archivio/22390>.

Utilizzando lo strumento del grafo ad albero, così come già avevamo fatto nella scheda 2, con la rappresentazione a settori in cerchi concentrici, si consente di affrontare semplici situazioni di eventi indipendenti senza aver introdotto in modo esplicito né il concetto di indipendenza, né quello di probabilità condizionale⁴; questa scelta dipende dalla delicatezza della teoria relativa a tali concetti e dalla facilità di intuizione indotta dalla rappresentazione. Viene offerto anche un altro tipo di rappresentazione che può aiutare a risolvere il problema e magari anche ad allargare il metodo risolutivo ad altre situazioni.

Si preferisce non introdurre termini nuovi se non strettamente necessari, in accordo con le indicazioni del NdR Didattica del Dip. Di matematica dell'Università di Pavia.⁵

Analisi delle consegne

Nella consegna 1 si ha lo stimolo per imparare a risolvere una situazione problematica attraverso due diversi strumenti di rappresentazione.

Nella consegna 2, si richiede di lavorare in gruppo per verificare se si è capito quanto spiegato nel testo della scheda.

Nella consegna 3 si suggerisce di svolgere una indagine tra gli alunni della scuola.

⁴ Si dice probabilità condizionale dell'evento A dato l'evento B, con $P(B) > 0$, il rapporto: $P(A/B) = P(A \cap B) : P(B)$

Due eventi A e B si dicono indipendenti se $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$

⁵ Pesci, Reggiani

Scheda per lo studente		
Cognome	Nome	Data

Attività 5 – Cosa succede in una popolazione

Consegna 1. Leggi con attenzione e osserva bene il grafo ad albero.

Consideriamo il fatto che il patrimonio genetico portato da un genitore è sempre costituito da una coppia di geni, difficilmente in una situazione normale sappiamo come è costituita la coppia del genotipo, sappiamo però che statisticamente l'incidenza di biondi, o di persone con occhi chiari, o portatori di una certa malattia non è sempre la stessa in una certa popolazione. Fino ad ora abbiamo fatto le nostre considerazioni senza tener conto di contestualizzarle in una certa popolazione.

In certi paesi sappiamo che c'è prevalenza di capelli chiari o occhi chiari, anche se questi caratteri sono recessivi: come può essere accaduto? Discutine con i tuoi compagni.

Possiamo fare l'esempio della microcitemia, che è una particolare forma di anemia (nota anche come anemia mediterranea che si caratterizza per globuli rossi più piccoli del normale) che è ereditaria. Indicheremo usando la solita notazione:

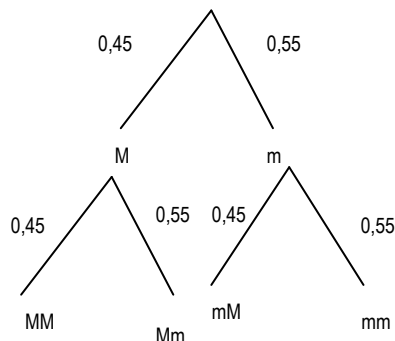
MM un individuo sano

Mm un individuo portatore sano

mm un individuo malato.

Statisticamente sappiamo che in alcune zone della pianura padana e in Sardegna la frequenza con cui si presenta m è di circa il 55% (0,55) e la frequenza con cui si presenta M è di 45% (0,45)

Avremo:



Per capire la probabilità di mm dobbiamo calcolare il 55% del 55%, ossia $0,55 \times 0,55 = 0,30$ circa.

Quando andiamo a considerare la probabilità che nasca un figlio microcitemico mm da una coppia qualsiasi di genitori provenienti da queste zone italiane, usando il grafo ad albero, dobbiamo tener conto di questo dato che si conosce sulla popolazione. Come nel caso esaminato con il grafo della figura 4, dobbiamo seguire il percorso del grafo dall'alto verso il basso e troviamo che la probabilità di essere mm (microcitemico) sarà 0,30 circa ossia il 30%.

Questa situazione può essere rappresentata anche con un grafico di altro genere:

	0,45	0,55
0,55	mM	mm
0,45	MM	Mm

L'area della parte grigia:
 $0,55 \times 0,55$ corrisponde alla
 probabilità di microcitemia.

Consegna 2

Ora lavora in gruppo con i tuoi compagni. Considerate la seguente situazione e cercate la soluzione del problema .

Alcuni individui non sentono l'amaro di una sostanza chimica, la feniltiocarbammide, e questo è dovuto a un gene recessivo "f", che nella nostra popolazione ha una frequenza di 0,6 (60%). Usando una delle rappresentazioni usate sopra, calcola la probabilità che un individuo sia ff ossia non sia capace di sentire l'amaro di questa sostanza.

Consegna 3**Esperienza a scuola**

Alcuni individui hanno la capacità di arrotolare la lingua e altri no. Sembra che anche questa sia una capacità legata ad un fattore ereditario (in realtà è una capacità che si può apprendere, almeno in parte) portato da un gene recessivo e può essere curioso fare un esperimento a scuola: registrate in ogni classe della vostra scuola quanti compagni riescono ad arrotolare la lingua e quanti no.

Supponiamo che gli alunni siano 500 e che ci siano 125 che non riescono ad arrotolare la lingua; questi corrispondono a quale percentuale? Al 25%, oppure 0,25.

Facendo lo stesso tipo di considerazione fatta sopra avremo:

	A	a
a		0,25
A		

Calcola per questa popolazione, la frequenza del gene A, e del gene a.

Verifica**Scheda per lo studente**

Scheda per lo studente		
Cognome	Nome	Data

Consegna 1. Rispondi alle seguenti domande

- Nei cani il carattere pelo scuro (S) e pelo corto (C) sono dominanti su quelli pelo albino (s) e pelo lungo (c).
 1. Immagina l'incrocio di un cane sS con un cane ss. Che probabilità si ha di avere un cane a pelo albino?
 2. Immagina l'incrocio fra due cani CC e cc; che probabilità si ha di avere un cane a pelo corto?
 3. Immagina l'incrocio tra due cani eterozigoti per entrambi questi caratteri, ossia Ss, Cc. Usa il riferimento al lancio del tetraedro e scrivi quanti e quali sono i possibili esiti.
 - a) Che probabilità ha l'evento che nasca un cane a pelo corto e albino?
 - b) Che probabilità si ha di avere un cane a pelo corto e scuro?

Consegna 2. Rispondi alle seguenti domande:

- Se si lancia una moneta tre volte è più probabile ottenere tre facce uguali oppure due uguali e una diversa?
 1. Calcola le rispettive probabilità.
 2. Cosa si ottiene sommando queste probabilità?
- Supponi di lanciare un dado a 6 facce, numerate da 1 a 6.
 1. Se non è un dado truccato qual è la probabilità che esca un numero pari?
 2. Se lo hai lanciato 10 volte e non è mai uscito il numero 6, cosa pensi?

Consegna 3. Rispondi aiutandoti con uno schema o una tabella.

- Se un genitore ha il labbro leporino (determinato da un carattere ereditario recessivo) e l'altro è sano, ma portatore di tale imperfezione al labbro, qual è la probabilità che un loro figlio nasca con il labbro leporino?
- Anna e Bruno sono entrambi portatori di anemia mediterranea. Possiamo sapere se loro figlio che sta per nascere sarà sano, portatore o malato?
Giustifica la tua risposta.

Consegna 4. Rispondi segnando con una crocetta una delle opzioni.

In un laboratorio, da una coppia di criceti nascono 53 piccoli: tra questi 18 sono portatori di albinismo (carattere recessivo), 35 sono sani e nessuno è albino.
Come sono secondo te i genitori:

- ☐ **tutti e due sani**
- ☐ **uno portatore e l'altro albino**
- ☐ **uno portatore e l'altro sano**
- ☐ **uno sano e l'altro albino**
- ☐ **tutti e due albini**
- ☐ **tutti e due portatori**

Consegna 4. Rispondi alle seguenti domande:

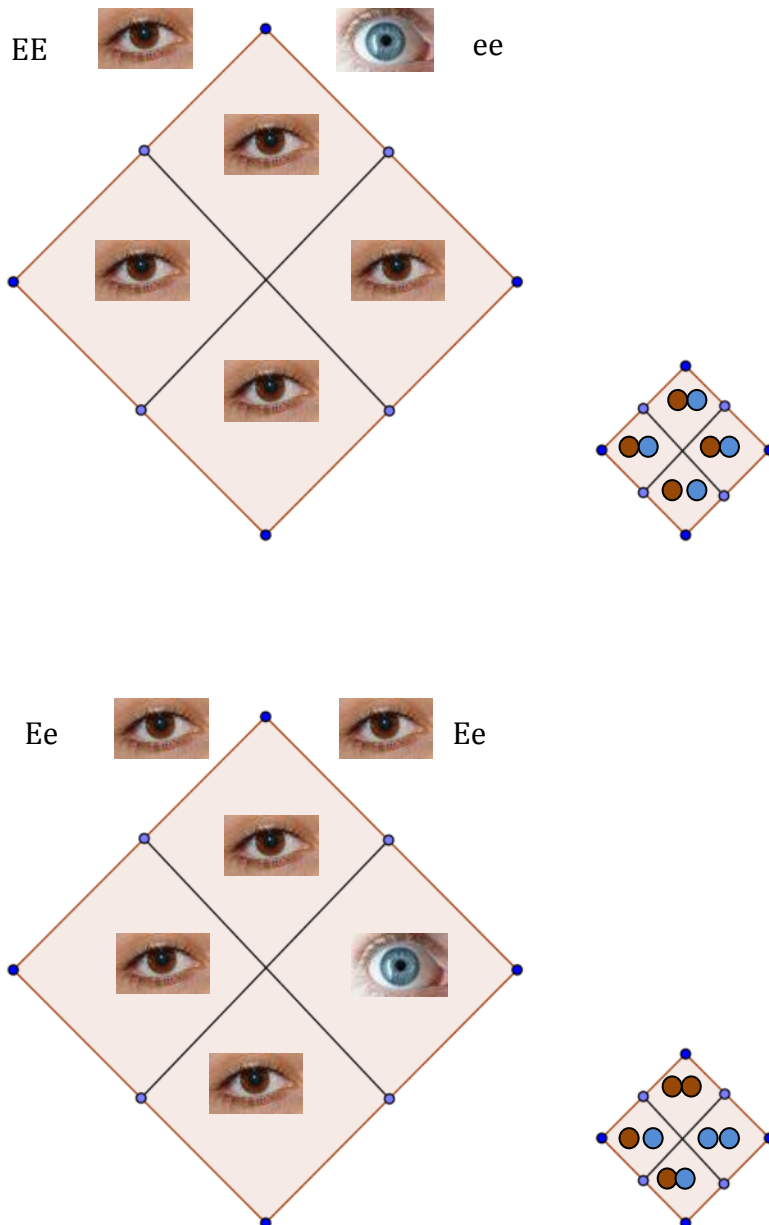
L'albinismo è dovuto a un gene recessivo. Indicalo con "a" e completa una tabella a doppia entrata per un padre aa e una madre aA e scrivi la probabilità di avere un figlio non albino.

Se in una popolazione la frequenza degli individui albini è di 1 su 10000 ossia 0,0001, usando la rappresentazione del rettangolo trova la frequenza del gene a.

Attività di Recupero

Scheda per lo studente		
Cognome	Nome	Data

Consegna1 . Osserva gli schema e descrivili, tenendo conto che nel primo schema i due genitori sono omozigoti, nel secondo invece i due genitori sono eterozigoti.



Come avrai capito se uno dei caratteri è dominante e l'altro è recessivo, solo il dominante determina l'aspetto o fenotipo.

Consegna 2. Scrivi la probabilità di avere un figlio con gli occhi azzurri nel primo caso e nel secondo.

Attività di Approfondimento

Scheda per lo studente		
Cognome	Nome	Data

Gruppi sanguigni

Consegna 1. Leggi con attenzione; discuti con i tuoi compagni

La specie umana possiede quattro diversi gruppi sanguigni: A, B, 0, AB che dipendono dalle caratteristiche dei globuli rossi e del plasma.

Il gene portatore delle informazioni relative al gruppo 0 è recessivo, mentre i geni portatori delle informazioni per i gruppi A e B sono entrambi dominanti; quando un individuo li eredita entrambi, nessuno prevale sull'altro: siamo in un caso di codominanza a cui corrisponde il gruppo AB.

Un individuo nel suo patrimonio genetico relativo al sangue può essere del tipo:

AA, gruppo A A0, gruppo A

AB, gruppo AB BB, gruppo B

B0, gruppo B 00, gruppo 0

Per avere una idea di ciò che può avvenire quando due genitori generano un nuovo individuo, completiamo una tabella a doppia entrata per alcuni casi possibili di incontro:

	A0	
A	AA	A0
B	AB	BA

	A0	
B	AB	B0
0	A0	00

	A0	
0	A0	00
0	A0	00

Se il gruppo di un individuo è 0 e nessuno dei due genitori ha lo stesso gruppo quali sono i possibili genotipi dei due genitori?

Due genitori hanno rispettivamente gruppo A e gruppo B, se il figlio nasce con gruppo 0, qual è il genotipo dei due genitori?

Discutete:

Con una semplice analisi del sangue non si può stabilire chi è il padre di un bambino, ma talvolta è possibile affermare con certezza che un uomo non sia il padre.

Nel 1940 ci fu un famoso dibattito per attribuire o meno una paternità a Charlie Chaplin. Il sangue del bambino era di gruppo B, il sangue della madre era di gruppo A e quello di Chaplin era di gruppo 0.

Se foste stati il giudice come aveste risolto il caso?

Consegna2.

Disegna il grafico a torta che rappresenti la diffusione dei gruppi sanguigni, sapendo che la diffusione dei gruppi sanguigni in una popolazione non è equidistribuita.

In Italia, ad esempio la diffusione dei gruppi è la seguente:

A 44%; **B** 10%, **0** 42%; **AB** 4%;

Sappiamo che il gruppo 0 è donatore universale, ossia può donare sangue a qualunque individuo:

- Prendendo uno a caso nella popolazione italiana, che probabilità abbiamo che non sia un donatore universale (cioè che non sia di gruppo 0) ?
- Che probabilità abbiamo di avere un individuo che porti il gene del gruppo B?

Attività di Rinforzo

Scheda per lo studente		
Cognome	Nome	Data

Anomalie genetiche non ereditarie e il fattore Rhesus nel sangue**Consegna 1. Leggi con attenzione e rispondi.**

Ci sono anomalie genetiche che non sono ereditarie, in questi casi l'unica considerazione da fare per calcolare la probabilità del loro presentarsi è quella di tipo statistico.

Un esempio si ha con la sindrome di Down: le persone Down hanno le cellule con 47 cromosomi (come è noto la normalità è 23 coppie di cromosomi), ma la malattia non è "scritta" sui cromosomi e perciò non segue le leggi dell'ereditarietà.

Non siamo in un caso in cui si può calcolare la probabilità come rapporto tra il numero di casi favorevoli (in questo caso i malati) e numero di casi possibili.

Ci dobbiamo allora affidare a dati statistici raccolti; questi dati ci dicono che la probabilità aumenta con l'avanzare dell'età della mamma:

Anni della madre al concepimento	Numero di Down su 1000 neonati vivi
< 20	1
Da 20 a 24	1
Da 25 a 29	1
Da 30 a 34	2
Da 35 a 39	5
Da 40 a 44	15
>44	30

Qual è la probabilità di avere un figlio Down per una donna di 45 anni?

Consegna 2. Leggi con attenzione e rispondi.

Nel 1939 fu scoperto un'altra caratteristica importante del sangue il fattore Rhesus (il nome deriva dalle scimmie con le quali erano stati fatti gli esperimenti). La presenza o assenza del fattore Rh nel sangue deriva anch'essa da un gene. Se il fattore è presente si scrive Rh+ e si ha dominanza.

Se consideriamo anche il fattore Rh, la diffusione nella nostra popolazione è la seguente.

A+ 37,4%	B+ 8,5%	O+ 35,7%	AB+ 3,4%
A- 6,6 %	B- 1,5%	O- 6,3%	AB- 0,6%

Quale probabilità abbiamo, scegliendo uno a caso nella popolazione presentata nella tabella sopra, di avere un individuo Rh negativo?

Esempi di Prove internazionali

Scheda per lo studente		
Cognome	Nome	Data

Invalsi 2011 - III media

D11. Per scegliere chi deve lavare i piatti del pranzo, Marco, Lorenzo e Livia decidono di lanciare due volte una moneta da 1 euro come quella che vedi in figura:

**Testa****Croce**

Stabiliscono che:

- se verranno 2 croci, laverà i piatti Marco;
- se verranno 2 teste, laverà i piatti Livia;
- se verranno una testa e una croce, laverà i piatti Lorenzo.

a. Pensi che tutti e tre abbiano la stessa probabilità di lavare i piatti?

- ☐ Sì
- ☐ No

b. Giustifica la tua risposta.

.....

.....

.....

Scheda per lo studente		
Cognome	Nome	Data

PISA 2009

Le armi della polizia scientifica (articolo di un giornale)

È stato commesso un omicidio, ma l'indiziato nega tutto. Afferma di non conoscere la vittima. Dice di non averla mai vista, mai avvicinata, mai toccata. La polizia e il giudice sono convinti che non dica la verità. Ma come provarlo?

Sul luogo del delitto, gli investigatori hanno raccolto tutti i minimi indizi possibili e immaginabili: fibre di stoffa, capelli, impronte digitali, mozziconi di sigaretta... I pochi capelli ritrovati sulla giacca della vittima sono rossi. E assomigliano curiosamente a quelli dell'indiziato. Se si potesse dimostrare che questi capelli sono veramente i suoi, si proverebbe che egli ha effettivamente incontrato la vittima.

Ogni individuo è unico.

Gli specialisti si mettono al lavoro. Esaminano alcune cellule della radice di questi capelli e alcune cellule del sangue dell'indiziato. Il nucleo di ogni cellula del nostro corpo contiene il DNA.

Che cos'è?

Il DNA è come una collana composta da due fili intrecciati di perle. Immaginate che queste perle siano di quattro colori diversi e che le migliaia di perle colorate (che formano un gene) siano ordinate in una maniera molto precisa. In ogni individuo quest'ordine è esattamente lo stesso in tutte le cellule del corpo: quelle della radice dei capelli come quelle del pollice, del fegato, dello stomaco e del sangue. Ma l'ordine delle perle varia da una persona all'altra. Visto il numero di perle collegate in questo modo, ci sono pochissime possibilità che due persone abbiano lo stesso DNA, ad eccezione dei gemelli identici. Unico per ciascun individuo, il DNA è così una specie di carta d'identità genetica. I genetisti sono in grado di confrontare la carta d'identità genetica

dell'indiziato (rilevata dal sangue) con quella della persona dai capelli rossi. Se la carta genetica è la stessa, sapranno che l'indiziato si è realmente avvicinato alla vittima che sosteneva di non aver mai incontrato.

Solo una delle prove

Sempre più spesso, in caso di violenza sessuale, omicidio, furto o altri crimini, la polizia fa effettuare analisi genetiche. Perché? Per cercare di trovare prove del contatto tra due persone, due oggetti o una persona e un oggetto. Provare tali contatti è spesso molto utile alle indagini. Ma non prova necessariamente un crimine. È solo una prova tra tante altre.

Anna Versani

Siamo fatti di miliardi di cellule

Ogni essere vivente è composto di moltissime cellule. Una cellula è veramente molto piccola. Si può anche dire che è microscopica, dal momento che può essere vista solo con un microscopio che la ingrandisce di molte volte. Ogni cellula ha una membrana esterna e un nucleo in cui si trova il DNA

Gene-cosa?

Il DNA è composto di un certo numero di geni, ognuno formato da migliaia di "perle". Questi geni, insieme, formano la carta d'identità genetica di una persona.

Come si rivela la carta d'identità genetica di una persona?

Il genetista preleva alcune cellule alla radice dei capelli trovati sulla vittima, o dalla saliva rimasta su un mozzicone di sigaretta. Le immerge in un prodotto che distrugge tutto ciò che circonda il DNA delle cellule. Quindi, fa la stessa operazione con alcune cellule del sangue dell'indiziato. Il DNA viene quindi preparato specificamente per l'analisi. Successivamente è messo in una gelatina attraverso cui viene fatta passare della corrente elettrica. Poche ore dopo, questa produce strisce simili a un codice a barre (come quello che si trova sui prodotti che acquistiamo), visibili sotto una lampada speciale. A questo punto il codice a barre del DNA dell'indiziato viene confrontato con quello dei capelli

Fai riferimento all'articolo di giornale alla pagina accanto per rispondere alle seguenti domande.

Domanda 1:

Per spiegare la struttura del DNA, l'autrice parla di una collana di perle. In che modo queste collane di perle variano da un individuo all'altro?

- A. Variano in lunghezza.
- B. L'ordine delle perle è diverso.
- C. Il numero di collane è diverso.
- D. Il colore delle perle è diverso.

Domanda 2:

Qual è lo scopo del brano intitolato "Come si rivela la carta d'identità genetica"?

Serve a spiegare

- A. che cos'è il DNA.
- B. che cos'è un codice a barre.
- C. come vengono analizzate le cellule per trovare la struttura del DNA.
- D. come si può provare che è stato commesso un crimine.

Domanda 3:

Qual è lo scopo principale dell'autrice?

- A Mettere in guardia.
- B Divertire.
- C Informare.
- D Convincere.

Domanda 4:

L'ultima frase dell'introduzione (la prima sezione ombreggiata) dice: "Ma come provarlo?"

Secondo il testo gli investigatori cercano di trovare la risposta a questa domanda:

- A. interrogando dei testimoni.
- B. effettuando analisi genetiche.
- C. interrogando a fondo l'indiziato.
- D. rivedendo tutti i risultati delle indagini.